3. Beiheft
zum
Jahrbuch der Hamburgischen Wissenschaftlichen Anstalten.
XXXII. 1914.

Mitteilungen

aus dem

Physikalischen Staatslaboratorium in Hamburg.

Inhalt:

In Kommission bei
Otto Meissners Verlag
Hamburg 1915.

2d set



3. Beiheft

zum

Jahrbuch der Hamburgischen Wissenschaftlichen Anstalten.

XXXII. 1914.

Mitteilungen

aus dem

Physikalischen Staatslaboratorium

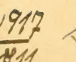
in Hamburg.

Inhalt:

In Kommission bei

Otto Meissners Verlag

Hamburg 1915.



Zur Theorie der atmosphärischen Polarisation.

Von *Franz Ahlgrimm.*

Mit 16 Figuren im Text.

I. Einleitung.

Die Entdeckung der atmosphärischen Polarisation durch Arago im Jahre 1809 erschloß der atmosphärischen Optik ein neues Forschungsgebiet.

Die hauptsächlichsten Phänomene dieses Gebietes wurden bereits von dem Entdecker selbst aufgefunden. Seine Beobachtungen gaben kurz zusammengefaßt folgendes Resultat[1]):

Das blaue Himmelslicht ist in verschiedenem Maße je nach dem Winkel, den Sonnenstrahlen und Visierlinie miteinander bilden, partiell polarisiert. In der Nähe der Sonne ist die Polarisation am schwächsten. Sie wächst bis zu einem Maximum, das sich bei 90° Sonnenabstand befindet, um von dort aus nach dem Gegenpunkt der Sonne hin wieder abzunehmen. Hier jedoch, auf der der Sonne abgewandten Seite des Himmels, tritt im Sonnenvertikal insofern ein neues Phänomen auf, als die Polarisation schon in einem bestimmten Punkte oberhalb des antisolaren Punktes verschwindet und darüber hinaus nach dem antisolaren Punkt hin negativ wiederauftritt.

Die eben beschriebene Himmelsstelle, von der natürliches Licht ausgeht, wurde nach dem Entdecker Aragoscher neutraler Punkt genannt. Arago gab auch schon Richtlinien für die Erklärung dieser Erscheinungen an. Wahrscheinlich durch seine Wahrnehmung, daß eine Wolke in der Nähe des Beobachters keine Polarisation zeigt, daß vielmehr erst eine etwas größere, zwischen Wolke und Beobachter liegende Luftmasse diese aufweist, wurde er zu der Ansicht geführt, das Himmelslicht verdanke der Lichtzerstreuung an Molekeln (réflexion rayonnante moléculaire) sein Dasein. In bezug auf die Polarisation dieses zerstreuten Lichtes verwahrte er sich gleichzeitig dagegen, daß dieses Phänomen irgendwelche Beziehung zu denen hätte, die durchsichtige Spiegel zeigten.

Dieser von Arago gegebene Hinweis wurde anscheinend in der Folgezeit wenig beachtet, denn mehrere später entstandene Theorien wollten die Entstehung der Himmelspolarisation dennoch auf dieselbe

[1]) Œuvres complètes de François Arago publiées par M. J. A. Barral.

Weise deuten wie das Entstehen der Polarisation durch Brechung und Reflexion an der Grenzschicht zweier Medien, d. h. demnach auf Grund der Fresnelschen Formeln. Derartige Anschauungen findet man vertreten durch Babinet[1], Brewster[2], Clausius[3], Hagenbach[4] und Becquerel[5]. Wenn auch die meisten der ebengenannten sich die Reflexion der Sonnenstrahlen an den Luftmolekeln vollziehen ließen, so lag der Irrtum eben darin, daß man sich auch diese an Molekeln sich vollziehende Reflexion den Fresnelschen Formeln gemäß vorstellte. Nach den ebengenannten Formeln würde es im Bereich der Möglichkeit liegen, daß die Schwingungen eines vollständig polarisierten Lichtstrahls nach der Reflexion senkrecht zu denen des Einfallstrahls erfolgen. Darauf aber wies Stokes[6] gerade hin, daß dies unmöglich bei der Reflexion an Molekeln eintreten könne. Stokes sagt wörtlich[7]:

„Solange die suspendierten Teilchen im Vergleich mit der Wellenlänge groß sind, tritt Spiegelung in der Weise auf, wie an einem Teile der Oberfläche eines großen, in die Flüssigkeit eingesenkten Festkörpers; und es kann weiter kein Schluß darüber gezogen werden. Wenn aber der Durchmesser der Teilchen, verglichen mit der Wellenlänge des Lichtes, klein ist, erscheint es klar, daß die Schwingungen in einem reflektierten Strahle zu den Schwingungen im einfallenden Strahl nicht senkrecht sein können."

Die Experimentalphysik kam der neuen Betrachtungsweise zur Hilfe. Die Tyndallschen[8] Untersuchungen an verdünnten Gasen, Brückes[9] Mastixemulsionen, Govis[10] Rauchuntersuchungen, Lallemands[11] und

---

[1] Babinet, Note sur l'observation du point neutre de M. Brewster, C. R. t. 23, 1846, p. 233.

[2] Brewster, Phil. Mag. 4. série, vol. 30, 1865, p. 177.

[3] Clausius, Polarisation des Himmelslichtes, Grunerts Beiträge zur meteor. Optik, p. 396—397. Siehe ferner von demselben Verfasser die Versuche, die blaue Himmelsfarbe auf Grund seiner Nebelbläschentheorie als Farbe dünner Blättchen zu erklären, Pogg. Ann. Bd. 72, 1847, p. 294—314 sowie Pogg. Ann. Bd. 76, 1849, p. 161—188 u. p. 188—195, ferner Pogg. Ann. Bd. 84, 1851, p. 449—452 u. Pogg. Ann. Bd. 88, 1853, p. 543—556.

[4] Hagenbach, Pogg. Ann. Bd. 148, 1873, p. 77—85.

[5] Becquerel, Ann. d. chim. et d. phys. 1880, t. 19., p. 114.

[6] Stokes, Phil. Trans. 1852.

[7] Zitiert nach Kelvin, Vorles. über Molekulardynamik, deutsch v. Weinstein, 1909, p. 248.

[8] Tyndall, Phil. Mag. 4. sér., 1869, vol. 37, p. 384—394; Phil. Mag. 4. sér., 1869, vol. 38, p. 156—158; Ann. d. chim. et d. phys. 4. sér., t. 16, p. 491—493.

[9] Brücke, Pogg. Ann. Bd. 88, 1853, p. 363—385.

[10] Govi, C. R. 1860, t. 51, p. 360—361; C. R. t. 51, p. 669—670.

[11] Lallemand, Ann. d. chim. et d. phys. 1876, 5. sér., t. 8, p. 93—136; ibid. 1871, 4. sér., t. 22, p. 200—234.

Sorets[1]) Diffusionsbeobachtungen an durchsichtigen Körpern usw. lehrten gleiche Phänomene wie die des Himmelslichtes kennen. Rayleigh[2]) gab dann schließlich auf Stokesscher Grundlage eine Theorie der Lichtdiffusion an kleinsten Teilchen, welche, nunmehr auf sogenannte trübe Medien angewandt, gleichzeitig Farbe und Polarisation erklärte. Die Farbe des Himmels und seine Polarisation wurden also als die Erscheinungen eines trüben Mediums gekennzeichnet.

Die Aragoschen Polarisationsbeobachtungen waren teilweise noch lückenhaft oder ungenau. So waren ihm z. B. die beiden andern neutralen Punkte in der Nähe der Sonne entgangen. Im Jahre 1840 wurde der oberhalb der Sonne befindliche von Babinet[3]) entdeckt; denjenigen unterhalb der Sonne fand Brewster[4]) 1842. Letzterer stellte außer Beobachtungen der neutralen Punkte auch Polarisationsmessungen in verschiedenen Teilen des Himmels an und zeichnete unter Zuhilfenahme einer Interpolationsformel eine Karte der Linien gleicher Polarisation[5]). Durch ein Mißverständnis[6]) betreffs dieser Karte wurde Bosanquet[7]) auf die Untersuchung der Polarisation in der Nähe des Aragoschen Punktes hingeleitet und fand bei dieser Gelegenheit, daß die Polarisationsebene nicht überall am Himmel, wie Arago angegeben hatte, durch Sonne, anvisierten Punkt und Beobachter gegeben ist, sondern besonders in der Nähe des neutralen Punktes eine starke Abweichung von der ebenbeschriebenen Ebene besteht. In gleicher Richtung liegen auch Arbeiten von Becquerel[8]) und Busch[9]). Letzterer konnte u. a. die von Brewster mit „neutral line“ bezeichnete Linie weiter verfolgen. Sie hat nach ihm ungefähr das Aussehen einer sphärischen Lemniskate, deren Mittelpunkt im Zenit liegt.

Frühzeitig[10]) war schon die Höhenänderung der neutralen Punkte aufgefallen. Die Wanderung des Aragoschen Punktes mit der Sonnenhöhe wurde zuerst von Klöden[11]) im Jahre 1837 systematisch verfolgt.

---

[1]) J. L. Soret, Arch. sc. phys. (2) t. 37, p. 129—175; Ann. d. chim. et d. phys. 1870, 4. sér., t. 20, p. 226—227; C. R. 1874, t. 79, p. 35—39.

[2]) Strutt, Phil. Mag. 4. sér., vol. 41, p. 107—120 und 274—279; 5. sér., vol. 12, 1881, p. 81—101.

[3]) Babinet, C. R. 1840, t. 11, p. 618—620; Pogg. Ann. Bd. 51, p. 562—564, 1840.

[4]) Brewster, Pogg. Ann. 1845, Bd. 66, p. 456—457; Phil. Mag. 3. sér., vol. 31, p. 447, 1847.

[5]) Brewster, Phil. Mag. 3. sér., vol. 31, p. 451—454, 1847; Phil. Mag. 4. sér., vol. 30, 1865; Transact. of the Roy. Soc. of Edinb. vol. 23.

[6]) Siehe Pernter-Exner, Meteor. Optik IV. Abschnitt, p. 605, Anm. 1.

[7]) Bosanquet, Phil. Mag. 5. sér., vol. 2, p. 20—28.

[8]) Becquerel, Ann. d. chim. et d. phys. 1880, 5. sér., t. 19, p. 90—125.

[9]) Busch, Met. Zs. 1889, p. 81—95.

[10]) Siehe Œuvres par Fr. Arago.

[11]) Klöden, De luce aëre polarisata. Diss. 1837, zit. nach Busch-Jensen, Tatsachen u. Theorien der atmosphär. Polaris., Hamburg 1911.

Babinet[1]) und Brewster[2]) dehnten diese Untersuchung auf den Babinetschen, der letztere auch auf den nach ihm benannten Punkt aus. Eine bestimmte Fassung erhielt das Gesetz der Wanderung für den Babinetschen und Aragoschen Punkt durch Busch[3]). Nach letzterem zeigt sich für den Babinetschen Punkt folgende Regel:

Der Abstand des Babinetschen neutralen Punktes von der Sonne vergrößert sich mit sinkender Sonne, erreicht im Mittel sein Maximum bei Sonnenuntergang (Sonnenhöhe —0.5°) und nimmt nach Sonnenuntergang wieder ab, um unter normalen Verhältnissen bis zur Zeit seines Unsichtbarwerdens von neuem zu steigen.

Die Wanderung des Aragoschen Punktes wurde vollständiger in folgender Weise ausgesprochen:

Der neutrale Punkt von Arago entfernt sich nach seinem Erscheinen zunächst vom Gegenpunkte der Sonne, bis diese nur noch wenige Grade vom Horizonte entfernt ist, darauf nähert er sich dem Gegenpunkte der Sonne, erreicht seinen kleinsten Abstand von diesem bei einer Sonnentiefe von etwa —1.5° und entfernt sich nun wiederum bis zu seinem Unsichtbarwerden.

Zur Ergänzung konnte Sack[4]) feststellen, daß die Wanderung dieser Punkte bei Sonnenaufgang genau in umgekehrter Weise erfolgt.

Während Arago[5]) schon beobachtet hatte, daß der nach ihm benannte Punkt aus dem Sonnenvertikal herausgedrängt wurde, wenn der Himmel einseitig entweder rechts oder links vom Sonnenvertikal bewölkt war, fand Süring[6]) durch neuere Untersuchungen in Potsdam die Lage der neutralen Punkte von Arago und Babinet zum Sonnenvertikal überhaupt unsymmetrisch. Die Abweichung des Aragoschen Punktes beträgt in Potsdam durchschnittlich 5° nördlich, die des Babinetschen Punktes 2° südlich vom Sonnenvertikal.

Die Abhängigkeit der Polarisation von der Transparenz der Atmosphäre war schon frühzeitig[7]) bekannt. Untersuchungen über diesen Gegenstand knüpfen sich besonders an die Namen Rubenson[8]), Jensen[9]), Crova und

---

[1]) Babinet, Pogg. Ann. 56, p. 568, 1842; C. R. t. 15, p. 43—44, 1842.

[2]) Brewster, Phil. Mag. 1865, vol. 30, p. 161—181; Phil. Mag., 1867, vol. 33, p. 290—304 u. p. 346—360, ferner p. 455—465.

[3]) Busch, Das Weltall 6. Jahrg. 1. Nov. 1905, Heft 3, p. 55—56; Met. Zs. 1886, p. 532.

[4]) Sack, Met. Zs. 1904, p. 105—112.

[5]) Arago, Œuvres complètes.

[6]) Süring, Mess. d. neutr. Punkte d. atm. Polaris., Veröffentl. d. Kgl. Preuß. Met. Inst. Nr. 240, Berlin 1911, p. 10—12.

[7]) Petrina, Pogg. Ann. Bd. 49, p. 236—237, 1840.

[8]) Rubenson, Mémoire sur la polarisation de la lumière atmosphérique 1864, Upsala.

[9]) Jensen, Beiträge zur Photometrie des Himmels, Diss. Kiel, 1898 od. Schrift. d. naturw. Ver. f. Schlesw.-Holst., Bd. 11, Heft 2, p. 282—346 od. Met. Zs. 16, 1899, p. 447—456 und 488—499.

Houdaille[1]), Kimball[2]), Boutaric[3]). In Übereinstimmung konnte beobachtet werden, daß die Polarisationsgröße mit der Transparenz gleichzeitig abnimmt.

Die Abhängigkeit der Himmelspolarisation von der Wellenlänge des Lichtes ist erst ziemlich spät bekanntgeworden. Polarisationsmessungen in Farben wurden insbesondere angestellt von Pernter[4]), Piltschikoff[5]), Hurion[6]), Nichols[7]). Die Beobachtungsergebnisse auf diesem Gebiete sind sehr verschiedenartig ausgefallen. So fand Pernter für einen um 90° von der Sonne im Sonnenvertikal liegenden Punkt das Maximum der Polarisation im Grün, wenn der Himmel erträglich blau war, im Rot bei stark weißlichem Himmel. Piltschikoff fand das Maximum für denselben Himmelspunkt fast durchweg im Blau. Gering sind die Differenzen zwischen Rot und Blau bei Hurion. Bei ihm überwiegt die Polarisation im Blau. Nichols schließlich findet sehr schwankende Beziehungen zwischen Polarisation und Farbe. Bald ist die Polarisation im Violett am größten, bald im Grün, Gelb oder Blau größer als im Rot oder Violett, bald am größten im Rot, bald am kleinsten in der Mitte des Spektrums oder nahezu gleich groß durch das Spektrum hindurch.

Die Abstände der neutralen Punkte sind ebenfalls, wie Jensen[8]) zuerst zeigte, von der Wellenlänge abhängig, und zwar sind die Abstände in normalen Zeiten um so größer, je kleiner die Wellenlänge des Lichtes ist, in dem die Punkte beobachtet werden.

In letzter Zeit gewinnt die Himmelspolarisation immer mehr ein besonderes Interesse durch die sogenannten atmosphärisch-optischen Störungen[9]). In Zeiten nämlich, wo die Atmosphäre durch die Auswurfsprodukte von Vulkanen verunreinigt ist, offenbart sich dieser anomale

[1]) Crova u. Houdaille, C. R., 1889, t. 108, p. 35—39.

[2]) Kimball, Bull. of the Mount Weather Obs., 1909, vol. 2, part. 2, p. 55—65.

[3]) Boutaric, Bull. de la Classe des Sciences de l'Academie Roy. de Belgique Nr. 7, 1913.

[4]) Pernter, Denkschr. d. Wien. Akad. Bd. 73, 1901.

[5]) Piltschikoff, C. R. t. 115, 1892, p. 555—558.

[6]) Hurion, Ann. d. chim. et d. phys. 1896, p. 456—495, 7. sér. t. 7.

[7]) Nichols, The Physical Review 1908, vol. 26 p. 508.

[8]) Jensen, Tatsachen u. Theor. d. atm. Pol. 1911, p. 251—252.

[9]) Literatur, betreffend die Polar. d. Atmosphäre bei Störungen:

Trübung d. Atm. von 1883:

Busch, Met. Zs. 1886, Zur Polar. d. zerstreut. Tageslichtes. Beob. üb. d. Gang d. neutr. Punkte; ferner Met. Zs. 1889, Beob. üb. d. Pol. d. Himmelsl. insbes. zur Zeit d. Abenddämmerung; ferner Beob. üb. d. atm. Pol. Beilage z. Progr. d. Gymn. zu Arnsberg 1890.

Siehe weitere Literaturangabe bei Busch-Jensen, Tats. u. Theor. d. atm. Pol. Hamburg 1911, p. 85, Anm. 1 sowie einige folg. Anm.

Trübung d. Atm. von 1891:

Busch, Mitteil. d. Verein. v. Freund. d. Astron. u. kosm. Phys. 1893; ferner Met. Zs. 1891, Bd. 8, p. 305—306, Mitt. üb. eine neue atm.-opt. Störung.

Zustand u. a. besonders in der Änderung der Polarisationsverhältnisse der Atmosphäre. Die Abstände der neutralen Punkte sind bei hochstehender Sonne beträchtlich größer als in normalen Zeiten; die Differenz der Abstände in den einzelnen Farben kann, wie es nach den neuesten Jensenschen[1]) Beobachtungen den Anschein hat, geringer, ja gleich Null oder sogar negativ werden; die Polarisationsgröße schließlich wird beträchtlich kleiner. Busch[2]) hat des ferneren einen Gleichlauf der säkularen Schwankung im Abstande der neutralen Punkte mit der Sonnenfleckenperiode nachgewiesen. Dieser merkwürdige Zusammenhang, der sich hier zwischen Sonnen- und Erdatmosphäre offenbart, hat eine sichere Erklärung bisher noch nicht finden können.

Rayleigh hatte in seiner Theorie der Diffusion zunächst nur bewiesen, daß das blaue Himmelslicht polarisiert sei. Eine Theorie der einzelnen Polarisationsphänomene, insbesondere über das Zustandekommen der neutralen Punkte, stand noch aus. Die Schwierigkeit lag hier in der

Trübung d. Atm. von 1903:

Busch, Met. Zs. 1903, Beobacht. üb. die gegenwärtig vorliegende Störung der atm. Pol., ferner Das Weltall 1905, Das Verhalten d. neutr. Punkte von Arago u. Babinet während der letzten atm.-opt. Störung; ferner Met. Zs. 1905, Beob. üb. die Wanderung d. neutr. Punkte von Babinet und Arago während d. atm.-opt. Störung d. Jahr. 1903—1904.

Sack, Met. Zs. 1904, Beob. üb. die Pol. d. Himmelslichtes zur Zeit der Dämmerung u. Beob. üb. die neutr. Punkte von Babinet u. Arago in den Jahren 1903—1904.

Siehe ferner Literaturangabe in den Anm. 1 u. 3 auf p. 400 in Busch-Jensen, Tats. und Theor.

Trübung d. Atm. von 1907:

Busch, Met. Zs. 1907, Eine neue Stör. d. atm. Pol. nachgewiesen aus Beob. d. neutr. Punkte von Babinet u. Arago im Jahre 1907.

Trübung d. Atm. von 1912:

Jensen, Mitt. v. Freund. d. Astron. u. kosm. Phys. 1912, Über die große atm.-opt. Stör. von 1912; ferner Met. Zs. 1913, Heft 2, p. 81—85. Zur Frage der großen atm.-opt. Stör.

Busch, Met. Zs. 1912, p. 385, Eine neue opt. Störung in der Atm.; Met. Zs. 1913, Heft 7, Beob. üb. die atm.-opt. Stör. d. Jahres 1912.

Kimball, The effect of the atm. turbidity of 1912 on solar radiation intensities and skylight polarization. Bull. of the Mount Weather Observatory, vol. V, part. 5, 1913, p. 295—312.

Busch, Met. Zs. 1914, Heft 11, p. 513—522, Beob. üb. die Nachwirkung d. großen atm. Trübung d. Jahres 1912.

Fernere Literaturangabe in den Anm. üb. den Text des die Stör. von 1912 behandelnden Teils bei Jensen, Die Fortschritte d. meteor. Opt. im Jahre 1912 in d. Mitt. d. Ver. v. Freund. d. Astron. u. d. kosm. Phys., Dez.-Heft 1913.

Für den Hinweis auf zahlreiche Literatur sowie deren Überlassung bin ich Herrn Prof. Dr. Chr. Jensen in Hamburg zu Dank verpflichtet.

[1]) Jensen, Met. Zs. 1913, Heft 2, p. 83; Mitt. d. Verein. v. Freund. d. Astron. u. kosm. Phys. 1912, Dez.-Heft p. 12.

[2]) Busch, Mitt. d. Verein. v. Freund. d. Astron. u. kosm. Phys. 1893.

Erklärung der negativen Polarisation in der Umgebung der Sonne und des antisolaren Punktes. Es darf an dieser Stelle nicht unerwähnt bleiben, daß Arago[1]) auch in bezug auf diesen Punkt schon einen richtigen Fingerzeig gegeben hatte. Er bemerkt nämlich an einer Stelle seiner Werke, daß die Umkehrung der Polarisation in der Nähe des antisolaren Punktes von der vielfachen Zurückwerfung des Lichtes innerhalb der Luft abzuhängen scheine; eine Rechnung sei aber nötig, um hier Aufklärung zu schaffen. Eine solche Rechnung wurde von Soret[2]) durchgeführt. Auf Grund eigener experimenteller Untersuchungen sowie derjenigen Tyndalls und Lallemands war Soret zu ganz ähnlichen Anschauungen gelangt, wie sie Rayleighs Untersuchung aufzwingt. Wir hatten schon bei Stokes gesehen, daß die Reflexion an Körpern, deren Durchmesser kleiner als die Wellenlänge des auf sie fallenden Lichtes ist, anderen Gesetzen unterliegen muß, als die Reflexion an großen Körpern. Um hier ein Analogon zu gebrauchen, muß z. B. das Resultat ein anderes sein, wenn eine mäßig große Wasserwelle auf einen im Wasser schwimmenden Balken, als wenn sie auf ein Korkstückchen trifft. Im ersten Falle kann die Wasserwelle vollständig aus ihrer Richtung abgelenkt werden, ohne dabei den Balken stark in seiner Ruhelage zu stören, im zweiten Falle gerät das Korkstückchen in die Schwingungen der Wasserwelle hinein, es stellt immerhin noch ein Störungszentrum dar, da es Energie verbraucht, vermag aber die Richtung der Einfallswelle nicht mehr zu beeinflussen.

Soret spricht sich über die Diffusion an kleinsten Partikeln in ungefähr folgender Weise aus:

Die Erscheinungen spielen sich so ab, als ob die Partikel durch das auf sie fallende Licht selbst in die Lichtschwingung gerät.

Und er fährt sodann fort:

Die Partikel sendet infolge dieser Eigenschwingung Licht nach verschiedenen Richtungen aus. Nun erfolgen aber die Lichtschwingungen stets senkrecht zum Strahl. In den von der Partikel ausgehenden, diffundierten Strahlen können demnach nur diejenigen Komponenten der primären Schwingung vorhanden sein, die senkrecht zum diffundierten Strahl gerichtet sind.

Die Abhängigkeit der Intensität von der Wellenlänge wurde von Soret nicht ausgesprochen.

In seiner Theorie der neutralen Punkte zeigte Soret zunächst rechnerisch, daß infolge der sekundären Diffusion die Polarisation an keiner Stelle des Himmels vollständig werden kann. Ferner bewies er, daß die sekundäre Diffusion in Verbindung mit der größeren Teilchendichte in der Nähe des Erdbodens die negative Polarisation in der Nähe

[1]) Arago, Œuvres complètes.

[2]) Soret, Ann. d. chim. et d. phys., 6. sér., t. 14, p. 503—541, 1888.

der Sonne bzw. Gegensonne zu erklären imstande ist. Ein Ring diffundierender Teilchen, der dem Horizont aufliegt, unter Hinzunahme einer gleichmäßig mit Teilchen erfüllten Atmosphäre ersetzen in der Theorie die wirklich vorhandenen Verhältnisse. Jedoch auch die Annahme einer halbkugeligen Atmosphäre, in der die Teilchenzahl vom Zenit zum Horizont hinab wächst, liefert, wie Soret im Anhang derselben Arbeit zeigt, ein analoges Resultat.

Mit der Existenz der negativen Polarisation um Sonne und Gegenpunkt der Sonne ist gleichzeitig die Existenz der neutralen Punkte erklärt, da es notwendigerweise am Himmel Stellen geben muß, wo sich beide Polarisationen kompensieren.

Soret bemerkt ferner noch in seiner Arbeit, daß auch die Abweichung der Polarisationsebene von der durch Sonne—Punkt—Beobachter gelegten Ebene ihm nach seiner Theorie erklärbar scheine. Auf eine Rechnung geht er jedoch nicht ein.

Die Soretsche Theorie wurde durch Hurion[1]) erweitert. Soret hatte die Strahlungskomponenten berechnet, die durch die Achsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems gegeben sind mit dem Beobachter im O-Punkt, wenn in der X-Richtung die Sonne am Horizont steht und die Z-Achse zum Zenit läuft. Die hierfür aufgestellten Gleichungen ließen Schlüsse auf den Polarisationszustand der drei in Richtung der Koordinatenachsen verlaufenden Strahlen zu. Hurion rechnete nun diese Gleichungen für beliebig gerichtete Strahlen um, so daß er jetzt auch auf die Lage der neutralen Punkte schließen konnte. Bei Berücksichtigung der ein- und zweimaligen Diffusion und durch Zusammenfassung der Konstanten ergaben sich dann Interpolationsformeln, die sich durch Laboratoriumsversuche am trüben Medium nachprüfen ließen und eine überraschende Übereinstimmung mit der Beobachtung ergaben. Danach zeigt der Ring diffundierender Teilchen, wie ihn Soret angenommen hatte, an sich schon ohne die Hinzunahme einer gleichmäßig mit Teilchen erfüllten Atmosphäre diejenigen Eigenschaften, welche die Atmosphäre in Wirklichkeit darbietet. Es entstehen neutrale Punkte und es erfolgt auch eine Abweichung der Polarisationsebene von der durch Einfallstrahl und Visierlinie gelegten Ebene in dem von Bosanquet, Becquerel und Busch beobachteten Sinne. Am Schlusse seiner Arbeit macht Hurion ebenso wie Soret die Annahme, der Himmel stelle eine Halbkugel dar, in der die Teilchenzahl vom Zenit zum Horizont zu wächst, und versucht dann die Rechnung für eine variable Sonnenhöhe durchzuführen. Er begnügt sich dann aber mit der Berechnung der drei Schwingungskomponenten der diffusen Strahlung in der Richtung der drei Koordinatenachsen, welche von den einzelnen, in verschiedener Höhe befindlichen

[1]) Hurion, Ann. d. chim. et d. phys. 1896, 7. sér., t. 7, p. 456—495. Sur la polarisation de la lumière diffusée par les milieux troubles.

Zonen einer Halbkugelschale diffundierender Teilchen geliefert werden. Die sich an diese Rechnung anschließenden Betrachtungen führen ihn nicht weit über Soret hinaus.

An der Hand der Soretschen Theorie hat ferner Busch[1]) es unternommen, auf das Verhalten der neutralen Punkte in Störungszeiten sowie auf die Variabilität ihrer Abstände von der Sonne bzw. dem Gegenpunkt der Sonne aufmerksam zu machen. Ausgehend von der Soretschen Bemerkung, daß der Abstand der neutralen Punkte mit dem Verhältnis der Helligkeiten im Zenit und am Horizont variieren muß, legt sich Busch die Frage vor, welche Faktoren eine Änderung dieses Verhältnisses bei gleichen Sonnenhöhen herbeiführen können und ferner, auf welche Weise dies Verhältnis von der Sonnenhöhe abhängig sein kann. Er kommt dann zunächst zu dem Schluß, daß das Helligkeitsverhältnis abnimmt, wenn die Zahl der diffundierenden Teilchen größer wird, da alsdann das Verhältnis der Teilchendichte in Richtung zum Zenit und Horizont kleiner wird. Infolgedessen findet ein Anwachsen der Abstände der neutralen Punkte statt, wie es in atmosphärisch-optischen Störungszeiten in die Erscheinung tritt.

Was die Abhängigkeit der neutralen Punkte von der Sonnenhöhe angeht, so findet nach Busch diese Frage ihre Beantwortung darin, daß mit sinkender Sonne das Verhältnis zwischen zenitaler und horizontaler Helligkeit abnimmt. Daher müssen sich der Babinetsche und Aragosche Punkt von der Sonne bzw. dem Gegenpunkt der Sonne entfernen. Nach Sonnenuntergang, wenn der Erdschatten hochkommt und die unteren Luftschichten nicht mehr direkt bestrahlt werden, wird das Helligkeitsverhältnis zunehmen, da die Helligkeit der unteren Luftschichten zu der im Zenit schneller sinkt, und die Punktabstände müssen geringer werden. Wenn dann schließlich über der untergegangenen Sonne die starke Lichtentwicklung auftritt, wie sie namentlich in Störungszeiten durch das Purpurlicht vor Augen tritt, so steigen die neutralen Punkte wieder an.

Die Erklärung dafür, daß der Aragosche neutrale Punkt die Phasen seiner Wanderung früher durchläuft als der Babinetsche, könnte nach Busch darin zu suchen sein, daß die Helligkeitsverhältnisse sich im Osten früher ändern als im Westen.

Es sei noch erwähnt, daß Jensen die Soretsche mit der Rayleighschen Theorie vereinigt[2]), wenn er sich zur Erklärung der verschiedenen Punktabstände in verschiedenen Farben ungefähr folgender Worte bedient:

Man erklärt bekanntlich das Zustandekommen der neutralen Punkte durch die gegenseitige Überlagerung zweier senkrecht zueinander stehender

[1]) Busch, Das Weltall. 6. Jahrg., Heft 3, 1905. p. 37—41; p. 55—62; p. 77—80. Das Verhalten der neutralen Punkte von Arago und Babinet während der letzten atmosphärisch-optischen Störung.

[2]) Jensen, Met. Zs. 1913, Heft 2, p. 82—83.

Schwingungskomponenten, von denen die eine, positive, von der direkten Erleuchtung der in Frage kommenden Himmelsstelle durch die Sonne herrührt, dagegen die andere, negative, durch die indirekte Erleuchtung seitens des übrigen von der Sonne beschienenen Himmels. Da also die negative Komponente wesentlich vom diffusen Himmelslichte herrührt, welches ja der blauen Farbe entsprechend erheblich größere Intensitäten für die kurzen als für die langen Wellen aufweist, so müssen die Abstände der neutralen Punkte mit der Zunahme der negativen Komponente wachsen.

Im folgenden soll nun der Versuch gemacht werden, die Soretsche und Hurionsche Rechnung weiter durchzuführen. Das Rayleighsche Diffusionsgesetz bildet hierbei den Ausgangspunkt. Es wird daher nötig sein, zunächst etwas näher auf dieses einzugehen.

Auf der Grundlage des Rayleighschen Gesetzes und der Stokesschen Hypothese werde ich im Abschnitt B zeigen, daß die für fünf ausgezeichnete Richtungen (d. s. die horizontalen Richtungen nach N, E, S, W und die Zenitrichtung) berechnete Polarisation ihrem Vorzeichen nach mit den Beobachtungen übereinstimmt. Sodann werde ich im Abschnitt C die Polarisation für beliebige Richtungen und beliebigen Sonnenstand berechnen, jedoch mit der Einschränkung, daß die berechneten Werte zunächst nur den durch Sonne und ganzen Himmel in den untersten Luftschichten hervorgerufenen Polarisationszustand zum Ausdruck bringen. Bei der späteren Vergleichung von Rechnung und Beobachtung ist demnach zu beachten, daß die Berechnung sich auf die unteren Luftschichten, die Beobachtung auf den ganzen Himmel bezieht. Beides würde identisch sein, wenn die in den berechneten Formeln 32 auf Seite 31 auftretenden Koeffizienten l, m, n als von dem Abstand von der Erdoberfläche unabhängig angenommen werden könnten, oder wenn wenigstens der Einfluß ihrer Variabilität als verschwindend anzusehen sein würde.

II. Abhandlung.

A.

a) Das Rayleighsche Diffusionsgesetz für Partikel, deren Durchmesser klein gegenüber der Wellenlänge des Lichtes ist[1].

In Figur 1 sei T eine Partikel, deren Durchmesser klein gegenüber der Wellenlänge des Lichtes ist. Ein parallel der x-Achse einfallender, vollständig polarisierter Lichtstrahl von der Intensität 1, dessen Schwingungen parallel zur z-Achse vor sich gehen, treffe diese Partikel. Dann ist für einen in O befindlichen Beobachter in der Entfernung ϱ von T die Intensität des nach O hin diffundierten Lichtes

$$i = \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} \sin^2 \vartheta, \tag{1}$$

worin $B = \pi T k \left(\Delta \frac{1}{k}\right)$ ist.

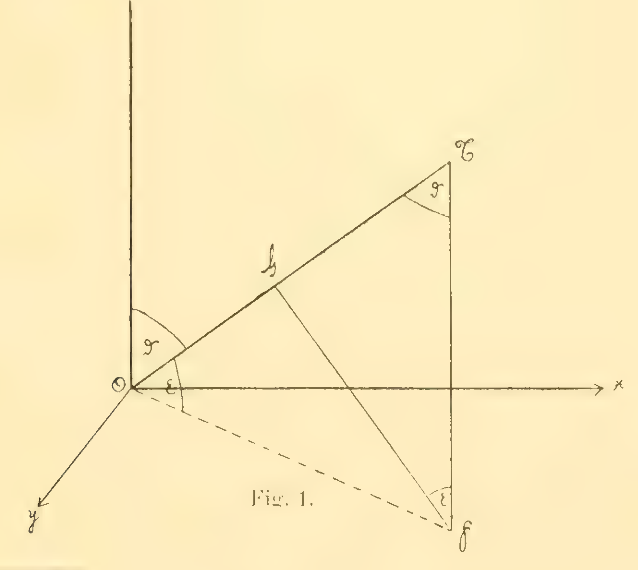


Fig. 1.

[1]) Siehe Strutt, Phil. Mag. 4. sér., vol. 41, p. 107—120 und 274—279; ferner Phil. Mag. 5 sér., vol. 12, p. 81—101. Im obigen erfolgt Anlehnung an die Besprechung der Rayl. Theorie bei Pernter-Exner, Meteor. Optik IV. Abschn., p. 579—584; siehe auch Busch-Jensen, Tatsachen und Theorien p. 121—133.

T bedeutet das Volumen der Partikel, λ die Wellenlänge des Lichtes, k die Dielektrizitätskonstante der Partikel, Δk die Änderung der Dielektrizitätskonstanten von der Partikel zu seiner Umgebung, ϑ schließlich den Winkel, den der diffundierte Strahl mit der z-Achse einschließt.

Die Intensität des diffundierten Strahles ist, wie obige Gleichung 1) lehrt, umgekehrt proportional der vierten Potenz der Wellenlänge. Daraus kann die blaue Farbe des Himmels erklärt werden.

Die Intensität des diffundierten Strahles verhält sich ferner proportional dem ins Quadrat genommenen Sinus des Winkels, den die Schwingungsrichtung des Einfallstrahls mit der Richtung des diffundierten Strahles einschließt.

Schließlich ist die Intensität umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung. Hierin verhält sich also die Partikel wie eine neue Lichtquelle.

Die Schwingungen im diffundierten Strahl erfolgen senkrecht zu OT innerhalb der Ebene OTz d. i. parallel FG. Man kann daher auch Gleichung 1) wie folgt schreiben:

$$i = \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} \cos^2 \varepsilon, \qquad 2)$$

wenn man mit ε die Neigung der Schwingungsrichtung des Primärstrahls zu einer senkrecht durch OT gelegten Ebene bezeichnet. In dieser Form läßt sich das Rayleighsche Diffusionsgesetz mit der Soretschen Vorstellung von der schwingenden Partikel verbinden.

Man denke sich nämlich nach Soret[1]) die Partikel T in der gleichen Schwingung begriffen wie das auf sie fallende Licht, d. i. in Richtung der z-Achse; dann kann im diffundierten Strahl TO, da die Lichtschwingungen senkrecht zum Strahl erfolgen, nur diejenige Komponente der Primärschwingung vorhanden sein, die senkrecht zu TO gerichtet ist. Die Amplitude der Schwingung des diffundierten Strahls muß also proportional $\cos \varepsilon$, die Intensität proportional $\cos^2 \varepsilon$ sein, wie es in der Tat Gleichung 2) verlangt.

Im folgenden wird die Soretsche Vorstellung beibehalten werden.

b) Berechnung der Extinktion innerhalb eines trüben Mediums nach Rayleigh[2]).

Nach 1) ist die Intensität des an T diffundierten Lichtes

$$\frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} \sin^2 \vartheta$$

[1]) Exner stellt sich wie Soret ebenfalls die Partikel in Schwingungen begriffen vor.

[2]) Siehe Pernter-Exner, Meteor. Opt. IV. Abschn. p. 584—585; siehe ferner die Anwendung der Rayleighschen Theorie zur Berechnung der Himmelshelligkeit durch Exner, ibid. p. 727—737, sowie H. Borchardt (Schrift. d. naturw. Ver. für Schleswig-Holstein 14 Heft 2), Zur Theorie der Himmelshelligkeit.

unter der Voraussetzung, daß die Intensität des Einfallstrahls gleich 1 ist. Es soll die Energie der von der Partikel T ausgehenden, gesamten diffusen Strahlung berechnet werden. Zu diesem Zwecke ist eine Integration des obigen Ausdrucks über die im Abstande ϱ um T konstruierte Kugeloberfläche vorzunehmen. Sämtliche diffundierte Strahlen, deren Richtung mit der Schwingungsrichtung des Einfallstrahls den Winkel ϑ einschließen, haben dieselbe Intensität, folglich ist die Energie derjenigen diffundierten Strahlen, welche von der Elementarkugelzone vom Flächeninhalt $2\varrho^2\pi\sin\vartheta d\vartheta$ umfaßt werden

$$\frac{2\pi B^2}{\lambda^4}\sin^3\vartheta d\vartheta.$$

Die Gesamtenergie ist also

$$\frac{2\pi B^2}{\lambda^4}\int_{\vartheta=0}^{\pi}\sin^3\vartheta\, d\vartheta = \frac{8\pi B^2}{3\lambda^4}.$$

Ist die Intensität des Einfallstrahls nicht gleich 1, sondern gleich I, so wäre die Gesamtenergie

$$\frac{8\pi B^2}{3\lambda^4} I.$$

Durchdringt nunmehr der Primärstrahl ein trübes Medium von der Schichtdicke $d\varrho$ und ist q die Anzahl der Teilchen pro Volumeneinheit, so werden pro Flächeneinheit $q\cdot d\varrho$ Teilchen von dem einfallenden Lichte getroffen. Diese $q\cdot d\varrho$ Teilchen senden nach allen Richtungen diffuses Licht von der Gesamtenergie

$$\frac{8\pi B^2 q}{3\lambda^4} I d\varrho.$$

Obiger Energiebetrag geht gleichzeitig der Einfallstrahlung verloren. Bezeichnen wir den Verlust der Einfallstrahlung mit dI, so bedeutet

$$dI = -\frac{8\pi B^2 q}{3\lambda^4} I d\varrho \qquad 3)$$

die pro Flächeneinheit einer senkrecht bestrahlten Fläche auf dem Wege $d\varrho$ durch das trübe Medium verlorengegangene Intensität der Einfallstrahlung[1].

[1]) Ist die Teilchendichte und der Faktor B durch das ganze trübe Medium hindurch konstant, so ergibt die Integration von 3)

$$I = I_0 e^{-\varepsilon\varrho}, \qquad 4)$$

worin $\varepsilon = \frac{8\pi B^2 q}{3\lambda^4}$ zu setzen ist. ε bezeichnet den Extinktionskoeffizienten.

B.

Das Rayleighsche Diffusionsgesetz in Anwendung auf die Atmosphäre.

In diesem Kapitel werde ich zunächst auf Grundlage des Rayleighschen Gesetzes die infolge primärer Diffusion entstehende Polarisation des Himmels berechnen. Sodann werde ich für fünf spezielle Richtungen des Sehstrahles, nämlich die horizontalen Richtungen N, S, E, W und die Zenitrichtung, die durch sekundäre Diffusion entstehende Polarisation berechnen und den Nachweis führen, daß für die Richtungen E, W eine negative, für die drei anderen eine positive Polarisation entsteht, und zwar unabhängig von der mit wachsender Entfernung vom Erdboden möglicherweise veränderlichen Größe gewisser, später mit l, m, n bezeichneter Integrale. Hierdurch soll lediglich die allgemeine Notwendigkeit für das Entstehen der im Sonnenvertikal beobachteten neutralen Punkte nachgewiesen werden.

Es ist selbstverständlich unmöglich, bei einer theoretischen Behandlung der Himmelspolarisation den verwickelten Verhältnissen, welche die Atmosphäre darbieten, völlig Rechnung zu tragen. Jede Theorie setzt gewisse vereinfachende Bedingungen voraus, welche den zu behandelnden Gegenständen entsprechend verschieden sind.

Wir machen in bezug auf die Atmosphäre folgende Annahmen.

Das diffuse Himmelslicht werde durch eine einmalige Zerstreuung der direkten Sonnenstrahlen durch die in der Atmosphäre schwebenden Teilchen und durch eine zum zweitenmal erfolgende Zerstreuung dieser einmal diffundierten Strahlen hervorgerufen. Eine drei- und mehrfache Diffusion soll nicht in Rücksicht gezogen werden.

Die Extinktion innerhalb der Atmosphäre wird rechnerisch keine Berücksichtigung finden.

Die Partikeln, welche die Lichtzerstreuung hervorrufen, sind, wie wir annehmen, alle von derartiger Beschaffenheit, daß das Rayleighsche Diffusionsgesetz auf sie anwendbar ist. Nach Gleichung 1) und 2) ist die Intensität der diffusen Strahlung proportional

$$\sum T^2 k^2 \left(\Delta \frac{1}{k}\right)^2,$$

worin das Summenzeichen alle innerhalb eines bestimmten Volumens v befindlichen T umfaßt. Stellt v die Volumeneinheit dar, so läßt sich

$$\sum T^2 k^2 \left(\Delta \frac{1}{k}\right)^2 = q\, T^2 k^2 \left(\Delta \frac{1}{k}\right)^2$$

setzen, worin q die Anzahl der Teilchen pro Volumeneinheit und

$$T^2 k^2 \left(1 - \frac{1}{k}\right)^2$$

auf der rechten Seite ein mittleres der links unter dem Summenzeichen stehenden Quadrate bedeutet. Dies mittlere Quadrat mag sich innerhalb der Atmosphäre von Stelle zu Stelle ändern, es darf alsdann zum wenigsten vorausgesetzt werden, daß die Änderung stetig erfolgt.

Da die Teilchen in dauernder, relativer Bewegung begriffen sind, ist eine Phasenverknüpfung unter den Lichtschwingungen der von ihnen diffundierten Strahlen ausgeschlossen.

Figur 2. Die Sonne stehe am Horizont in der Richtung OE. E, N, W, S seien die Himmelsrichtungen für den an der Erdoberfläche befindlichen Beobachter O.

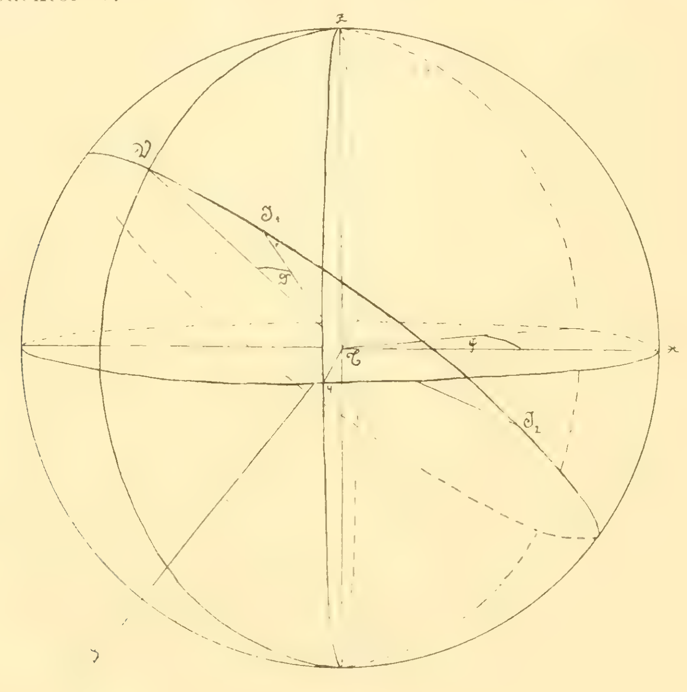
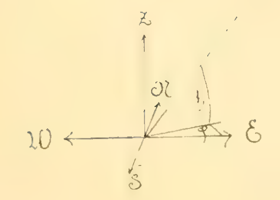


Fig. 2.



Einmalige Diffusion.

Wir fassen eine Partikel T ins Auge. Ihre Höhe über dem Horizont sei h (Höhenwinkel!), das Azimut φ (von E aus über N positiv gezählt!) und ihre Entfernung von O ϱ.

Der auf T fallende, parallel der x-Achse (d. i. parallel OE) verlaufende, natürliche Sonnenstrahl ist äquivalent zweien inkohärenten, vollständig polarisierten Lichtstrahlen, deren Amplituden gleich groß und deren Polarisationsebenen senkrecht aufeinander stehen. Die Schwingung des einen dieser polarisierten Strahlen möge parallel der z-Achse (d. i. parallel OZ), die des andern parallel der y-Achse (d. i. parallel OS) vor sich gehen. Mit Soret mag man sich dann vorstellen, daß T unter ihrem Einfluß gleichgerichtete Schwingungen vollführt.

Die Schwingungen des nach O hin diffundierten Strahles finden in einer Ebene statt, die senkrecht auf OT steht. Die Schnittlinie dieser Ebene mit der durch OT gehenden Vertikalebene sei TV. TI_1 ist innerhalb der senkrecht auf OT stehenden Ebene um den Winkel ϑ gegen TV gedreht.

Die Intensität des diffusen Lichtes, dessen Schwingung parallel TI_1 vor sich geht, ist soweit diese von der parallel der z-Achse verlaufenden Schwingung von T herrührt, proportional $\cos^2 \sphericalangle I_1 T z$, soweit sie von der parallel der y-Achse erfolgenden stammt, proportional $\cos^2 \sphericalangle I_1 T y$.

Setzt man die Intensitäten der beiden total polarisierten Primärstrahlen gleich 1, so ist gemäß der Formel 2) die Intensität des diffusen, parallel TI_1 schwingenden Lichtes

$$i_1 = \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} [\cos^2 \sphericalangle I_1 T z + \cos^2 \sphericalangle I_1 T y] \tag{5}$$

$\cos \sphericalangle I_1 T z$ und $\cos \sphericalangle I_1 T y$ lassen sich mit Hilfe von Sätzen der sphärischen Trigonometrie durch h, ϑ und φ ausdrücken.

Man erhält dann

$$i_1 = \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} [\cos^2 h \cos^2 \vartheta + (\sin \vartheta \cos \varphi + \cos \vartheta \sin \varphi \sin h)^2] \tag{6a}$$

Die Intensität des diffusen, parallel TI_2 (d. i. senkrecht auf TI_1) schwingenden Lichtes erhält man, indem man in Gleichung 6a) ϑ durch $\vartheta + \frac{\pi}{2}$ ersetzt.

$$i_2 = \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} [\cos^2 h \sin^2 \vartheta + (\cos \vartheta \cos \varphi - \sin \vartheta \sin \varphi \sin h)^2]. \tag{6b}$$

Da für $h = \text{const}$ und $\varphi = \text{const}$ das Verhältnis $\frac{i_1}{i_2}$ eine Konstante ist, so folgt, daß alle innerhalb eines Elementarkegels, an dessen Spitze

sich O befindet, schwebenden Teilchen, soweit die einmalige Diffusion in Betracht kommt, von gleichem Grade polarisiertes Licht nach O senden.

Die Lage der Polarisationsebene läßt sich nach folgendem Verfahren ermitteln: Man variiere ϑ solange bis daß $i_1 = i_2$ wird, dann bildet die Polarisationsebene mit der Vertikalebene den Winkel $\chi = \vartheta' - \frac{\pi}{4}$ [1]).

Wendet man dies hier an, so findet man die Gleichung

$$\operatorname{cotang} \chi = - \sin h \operatorname{cotang} \varphi. \qquad 7)$$

Indem man $\chi =$ const setzt, erhält man die Polarisationsisoklinen des einmal diffundierten Lichtes.

Nach 7) wurde Tabelle 1 berechnet.

Tabelle 1.

χ	φ=10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
—15°	41°1	—	—	—	—	—	—	—
—25°	22.2	51°3	—	—	—	—	—	—
—35°	14.6	31.3	55°5	—	—	—	—	—
—45°	10.1	21.3	35.3	57°0	—	—	—	—
—55°	7.1	14.8	23.8	36.0	56°5	—	—	—
65°	4.7	9.8	15.6	23.0	33.8	53°9	—	
- 75	2.7	5.6	8.9	13.0	18.6	27.6	47.4	—
85	0.9	1.8	2.9	4.2	6.0	8.7	13.9	29°7

Höhen h für die zugehörigen Azimute φ und die zugehörigen Neigungen χ der Polarisationsebene gegen die Vertikalebene.

Die Tabellenwerte sind zur Darstellung der Polarisationsisoklinen in Figur 3 und 4 benutzt worden. In Figur 3 erscheint das Himmelsgewölbe auf die Horizontalebene, in Figur 4 auf eine zum Sonnenvertikal senkrechte Ebene projiziert.

Wie aus den Figuren und Gleichungen hervorgeht, ist die Polarisationsebene des einmal diffundierten Lichtes im Sonnenvertikal überall vertikal (positive Polarisation), in einer zu den Sonnenstrahlen senkrechten

[1]) Schließt die Polarisationsebene mit der Vertikalebene OTV den Winkel χ ein und ist die Intensität des senkrecht zur Polarisationsebene schwingenden Strahles M, diejenige des in der Polarisationsebene schwingenden N, so wird

$$i_1 = M \sin^2(\vartheta - \chi) + N \cos^2(\vartheta - \chi)$$
$$i_2 = M \cos^2(\vartheta - \chi) + N \sin^2(\vartheta - \chi)$$

die Intensität der parallel TI_1 bzw. parallel TI_2 schwingenden Strahlung. Ist $\vartheta - \chi = \frac{\pi}{4}$, so wird $i_1 = i_2$. Die Polarisationsebene ist in diesem Falle gegen die Vertikalebene um den Winkel $\chi = \vartheta' - \frac{\pi}{4}$ geneigt. Falls $M = N$ ist, wird χ unbestimmt. Im letzten Falle ist das Licht neutral.

Ebene überall horizontal (negative Polarisation). Die stärkste Drehung der Polarisationsebene erfolgt in der Nähe der Sonne bzw. in der Nähe des antisolaren Punktes.

Als Maß der Polarisation dient für gewöhnlich der Ausdruck

$$P = \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2}.$$

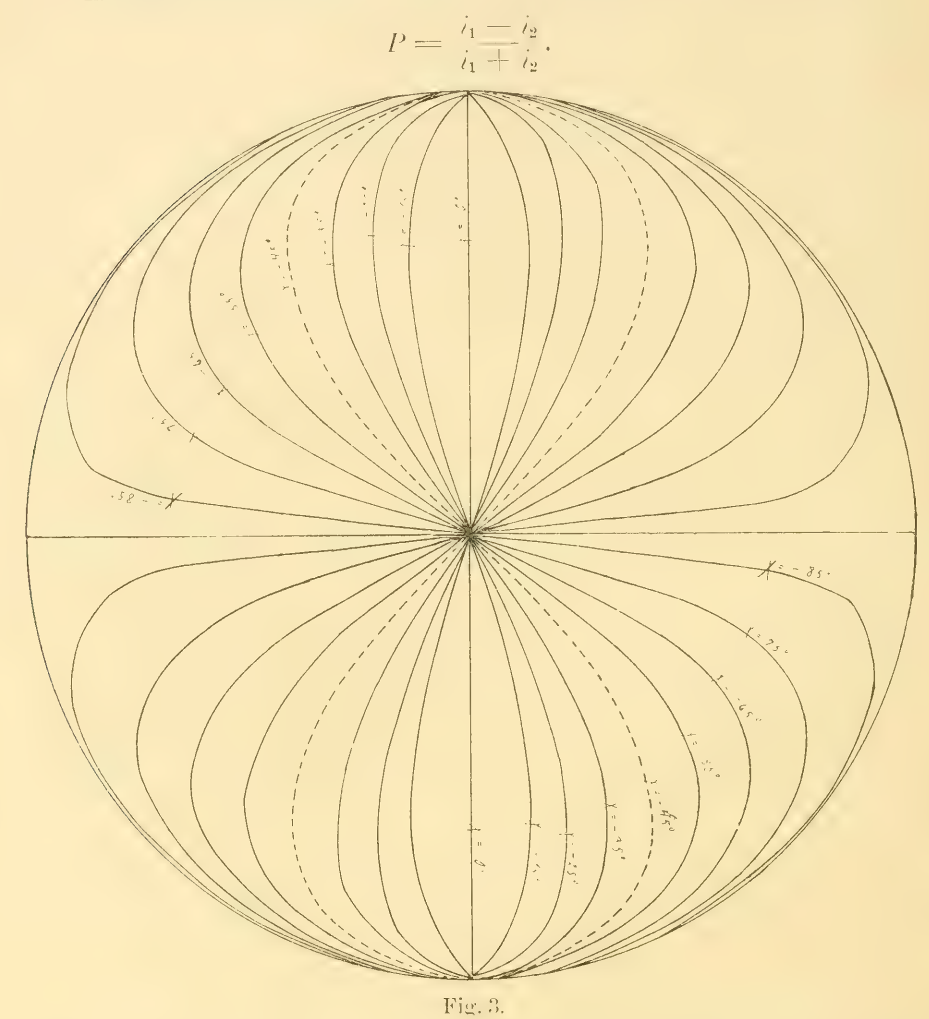


Fig. 3.

Führt man hierin die Werte für i_1 und i_2 aus 6 a) und 6 b) ein, indem man gleichzeitig $\vartheta = \chi$ setzt, so erhält man für den Sonnenvertikal

$$P = -\frac{\sin^2 h}{1 + \cos^2 h}.$$

In Richtung zur Sonne bzw. zum antisolaren Punkt ist demnach das einmal diffundierte Licht neutral. Mit wachsendem h nimmt die Polarisation zu und wird im Zenit total.

Für die zum Sonnenvertikal senkrechte Ebene ergibt sich $P = 1$. Senkrecht zu den Sonnenstrahlen ist die Polarisation überall vollständig.

Zweimalige Diffusion.

Analog dem Soretschen Verfahren läßt sich zunächst ein wenn auch lückenhaftes Bild von der Verteilung der durch zweimalige Diffusion hervorgerufenen Polarisation gewinnen.

Figur 5. Man lenke sein Augenmerk wieder auf die Partikel T in der Entfernung ϱ von O, von der Höhe h und dem Azimut φ. Um T als Mittelpunkt denke man sich eine Kugelschale vom Radius r und der Dicke dr konstruiert. T sei wiederum der Nullpunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems.

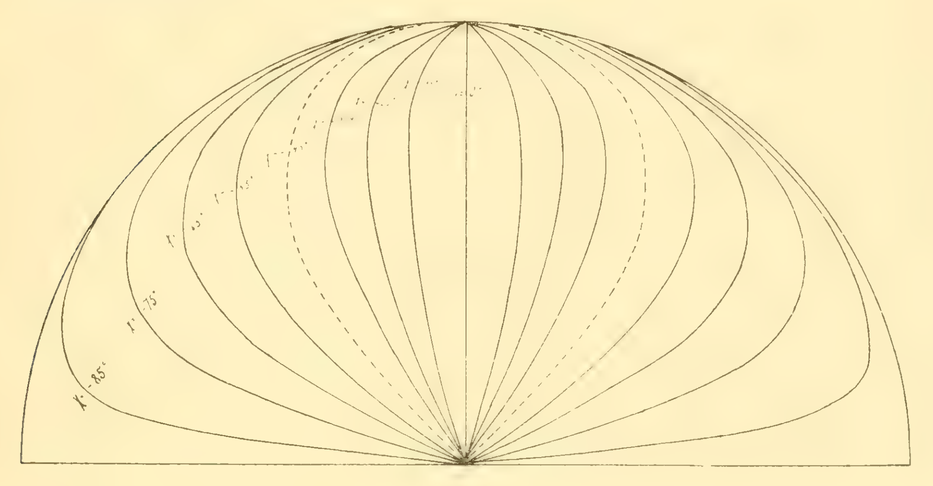


Fig. 4.

Wir greifen eine innerhalb der Kugelschale befindliche Partikel T' heraus. Die durch T' und die x-Achse gelegte Ebene sei zu der xy-Ebene um den Winkel ε geneigt.

Die yz-Ebene schneide diese Ebene in der Geraden TF. Die x-Achse bilde ferner mit TT' ($= r$) den Winkel η. Die Lage von T' in bezug auf T ist dann bestimmt durch die Größen r, η, ε.

Den natürlichen, parallel der x-Achse verlaufenden Sonnenstrahl, welcher T' trifft, ersetze man wieder durch zwei inkohärente, vollständig polarisierte Lichtstrahlen und denke sich T' unter ihrer Einwirkung in Schwingungen versetzt. Die Schwingungen von T' mögen das eine Mal parallel TF, das andere Mal parallel TG (senkrecht auf TF) erfolgen.

Die parallel TG vor sich gehende Schwingung verläuft innerhalb einer zu TT' senkrechten Ebene, die parallel TF vor sich gehende erfolgt unter dem Winkel η zu dieser Ebene.

Die Amplituden der von T' nach T hin diffundierten Strahlen sind daher $\frac{\pi}{r\lambda^2}\, T' k' \left(\Delta \frac{1}{k}\right)'$ bzw. $\frac{\pi}{r\lambda^2}\, T' k' \left(\Delta \frac{1}{k}\right)' \cos\eta$, falls die Amplituden der Primärstrahlen gleich 1 gesetzt werden.

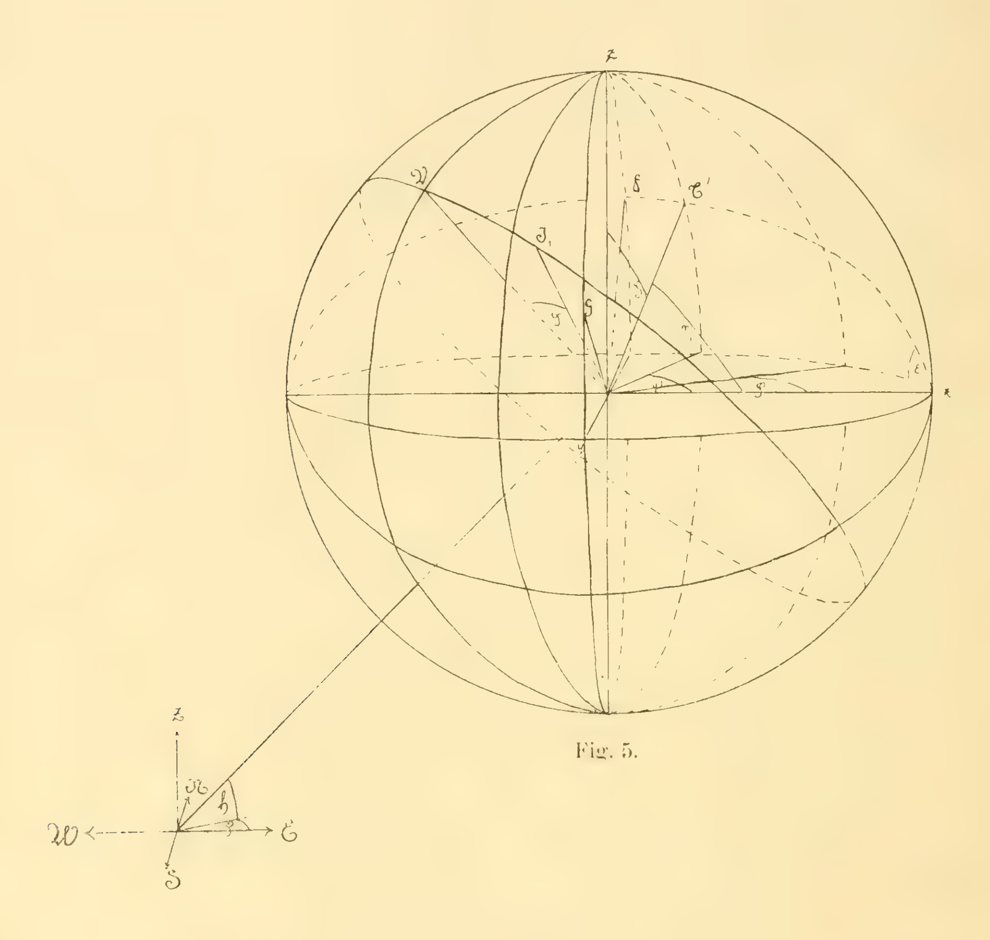


Fig. 5.

Zur Abkürzung werden wir im folgenden den Ausdruck

$$T' k' \left(\Delta \frac{1}{k}\right)' = C$$

setzen.

Man betrachte nun die Schwingungen, die die Partikel T unter dem Einfluß der beiden eben berechneten von T' diffundierten Strahlen vollführt. Drückt man diese Schwingungen durch die in Richtung der drei Koordinatenachsen fallenden Komponenten aus, so läßt sich folgendes Schema aufstellen:

Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2} C$. Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2} C \cos\eta$.

$$
\begin{array}{llll}
x\text{-Komp.}: & 0 & x\text{-Komp.}: & -\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC\cos\eta\sin\eta \\
y\text{- ,,}: & +\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC\sin\varepsilon & y\text{- ,,}: & -\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC\cos^2\eta\cos\varepsilon \\
z\text{- ,,}: & +\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC\cos\varepsilon & z\text{- ,,}: & +\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC\cos^2\eta\sin^2
\end{array}
\qquad 8)
$$

Beschränkt man sich darauf, die Polarisation des aus dem Zenit bzw. den Hauptrichtungen N, W, S, E herkommenden zweimal diffundierten Lichtes kennen zu lernen, so genügt es, die Intensitäten des parallel der x-, y- und z-Achse schwingenden Lichtes zu ermitteln.

Diese sind nach 8):

$$
\begin{aligned}
&\frac{\pi^2}{r^2\varrho^2\lambda^8} B^2C^2 \cos^2\eta\sin^2\eta \\
&\frac{\pi^2}{r^2\varrho^2\lambda^8} B^2C^2 (\sin^2\varepsilon + \cos^4\eta\cos^2\varepsilon) \\
&\frac{\pi^2}{r^2\varrho^2\lambda^8} B^2C^2 (\cos^2\varepsilon + \cos^4\eta\sin^2\varepsilon)
\end{aligned}
\qquad 9)
$$

Die in 9) vorkommenden Winkelgrößen η und ε haben zu den Winkeln $\zeta = \sphericalangle T'Tz$ und $\psi = \sphericalangle HTx$ (Figur 5) folgende Beziehungen:

$$
\begin{aligned}
\cos\eta &= \sin\zeta\cos\psi. \\
\sin\eta\cos\varepsilon &= \sin\zeta\sin\psi. \\
\sin\eta\sin\varepsilon &= \cos\zeta.
\end{aligned}
$$

Indem man in 9) unter Benutzung dieser Gleichungen ε und η durch ζ und ψ ausdrückt, erhält man für die Intensitäten:

$$
\begin{aligned}
&\text{a)}\quad \frac{\pi^2}{r^2\varrho^2\lambda^8} B^2C^2 (\sin^2\zeta\cos^2\psi - \sin^4\zeta\cos^4\psi). \\
&\text{b)}\quad \frac{\pi^2}{r^2\varrho^2\lambda^8} B^2C^2 (1 - \sin^2\zeta\sin^2\psi - \sin^4\zeta\sin^2\psi\cos^2\psi). \\
&\text{c)}\quad \frac{\pi^2}{r^2\varrho^2\lambda^8} B^2C^2 (\sin^2\zeta\sin^2\psi + \sin^4\zeta\sin^2\psi\cos^2\psi + \sin^4\zeta\cos^4\psi).
\end{aligned}
\qquad 10)
$$

Das Volumelement dv', in dem sich T' befindet, hat die Größe $r^2 \sin\zeta\, dr\, d\zeta\, d\psi$. Die Teilchenzahl pro Volumeneinheit innerhalb der Kugelschale sei q'.

Gibt man zu, daß die Atmosphäre aus übereinander lagernden, sich dem Erdkörper anschmiegenden Schichten besteht, innerhalb welcher

$C^2 q'$ konstant ist, so ist $C^2 q'$ symmetrisch in bezug auf eine durch T und den Erdmittelpunkt gehende Achse. Der Winkel, den diese Achse mit der z-Achse einschließt, sei γ. Für die Richtung zum Zenit ist γ für jedes beliebige T gleich $0°$. $C^2 q'$ ist also für ein in der Zenitrichtung gelegenes T gänzlich unabhängig von ψ. Die in dieser Richtung vorhandene Polarisation ist von dem Verhalten der x- zur y-Komponente abhängig. Integrieren wir daher 10a) und 10b) über ψ von $\psi = 0$ bis $\psi = 2\pi$, nachdem wir noch vorher mit $q' r^2 \sin\zeta \, dr \, d\zeta \, d\psi$ multipliziert haben, so erhalten wir

$$\begin{aligned} \frac{\pi^3}{\varrho^2 \lambda^8} B^2 C^2 q' \left(\sin^3\zeta - \frac{3}{4}\sin^5\zeta\right) dr\, d\zeta &= A C^2 q' f_1(\zeta)\, d\zeta. \\ \frac{\pi^3}{\varrho^2 \lambda^8} B^2 C^2 q' \left(2\sin\zeta - \sin^3\zeta - \frac{1}{4}\sin^5\zeta\right) dr\, d\zeta &= A C^2 q' f_2(\zeta)\, d\zeta. \end{aligned} \qquad 11\text{a)}$$

Für ein und dieselbe Kugelschale ist

$$A = \frac{\pi^3 B^2}{\varrho^2 \lambda^8} dr$$

eine positive Konstante. Ferner ist für das in Betracht kommende Intervall $\zeta = 0$ bis $\zeta = \pi$ $f_1(\zeta)$ und $f_2(\zeta)$ stets positiv und $f_1(\zeta) < f_2(\zeta)$. Daraus folgt, gleichgültig wie auch $C^2 q'$ innerhalb der Kugelschale variieren mag,

$$A \int_{\zeta=0}^{Z} C^2 q' f_1(\zeta)\, d\zeta < A \int_{\zeta=0}^{Z} C^2 q' f_2(\zeta)\, d\zeta. \qquad 12\text{a)}$$

Die obere Grenze der Integration Z hängt von ϱ und r ab, da die Kugelschale je nach der Größe von ϱ und r früher oder später von der Erdoberfläche geschnitten wird. Durch die Variation der oberen Grenze Z bleibt indessen Ungleichung 12a) ungestört.

Was für die Kugelschale $r =$ const. gilt, gilt in derselben Weise für alle anderen, die denselben Mittelpunkt haben.

Wir erhalten so das Resultat:

Alle in der Zenitrichtung gelegenen T erscheinen uns infolge der sekundären Diffusion in einer Ebene polarisiert, die mit der Ebene des Sonnenvertikals zusammenfällt.

Für die horizontalen Richtungen nach N oder S bzw. E oder W wächst γ mit zunehmendem ϱ. Praktische Gesichtspunkte lassen es hier jedoch zwecklos erscheinen, die Betrachtung auf zu weit von O entfernte T auszudehnen. Die stets bestehende mehr oder weniger große Einschränkung der horizontalen Fernsicht weist darauf hin, daß für die Lichtdiffusion in horizontaler Richtung und damit auch für die Polarisation

die dem Beobachter nächstgelegenen Teilchen die größte Rolle spielen[1]). Nehmen wir eine besonders durchsichtige Atmosphäre an, indem wir 100 km als die Grenze der Fernsicht festsetzen, so erreicht γ für ein in dieser Entfernung befindliches T noch nicht den Wert 1°. Demgemäß dürfte die Vernachlässigung, die man begeht, indem man hier überhaupt von der Erdkrümmung absieht, als unbedeutend anzusehen sein.

Setzen wir daher durchweg $\gamma = 0$, so ist $C^2 q'$ außer von ϱ und r, die für ein und dieselbe Kugelschale konstant sind, lediglich von ζ abhängig.

Multipliziert man 10) mit $q'\,dv'$ und integriert über ψ von 0 bis 2π, so erhält man

$$\begin{aligned} &\text{a)}\ A C^2 q' f_1(\zeta)\, d\zeta \\ &\text{b)}\ A C^2 q' f_2(\zeta)\, d\zeta \\ &\text{c)}\ A C^2 q' f_3(\zeta)\, d\zeta \end{aligned} \qquad 11\text{b})$$

worin $f_1(\zeta)$ und $f_2(\zeta)$ die aus 11a) hervorgehenden Bedeutungen zukommen, während

$$f_3(\zeta) = \sin^3\zeta + \sin^5\zeta$$

ist. Für das hier in Betracht kommende Intervall $\zeta = 0$ bis $\zeta = \frac{\pi}{2}$ wird stets $f_1(\zeta) < f_3(\zeta)$. Demgemäß ist, wie auch $C^2 q'$ innerhalb der Kugelschale variieren mag,

$$A\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_1(\zeta)\, d\zeta < A\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_3(\zeta)\, d\zeta. \qquad 12\text{b})$$

Ungleichung 12b) gilt für jede Halbkugelschale $r = \text{const}$.

Das Verhältnis der x-Komponente zur z-Komponente ist für die in der Richtung nach N und S vorhandene Polarisation ausschlaggebend. Ungleichung 12b) besagt demnach, daß die in horizontaler, zum Sonnenvertikal senkrechter Richtung gelegenen T, soweit sie für die in dieser Richtung erfolgende Lichtzerstreuung in Betracht kommen, negativ polarisiert erscheinen.

Faßt man die bisherigen Ergebnisse zusammen, so erkennt man folgendes:

Das aus dem Zenit bzw. aus N und S herkommende zweimal diffundierte Licht ist gleichartig polarisiert wie das durch einmalige Diffusion in diesen Richtungen hervorgerufene.

[1]) Erscheinen zwei horizontale Luftkegel, an deren Spitze sich die Pupille befindet und von denen der eine durch ein am Horizont liegendes (unsichtbares) Gebirge begrenzt ist, während der andere ins Unendliche verläuft, gleich hell, so ist man berechtigt, anzunehmen, daß den über das Gebirge hinausliegenden Teilchen für die Lichtdiffusion n O keine Bedeutung mehr zukommt.

Da jedoch die zweimalige Diffusion eine in der Richtung der x-Achse erfolgende Schwingung hervorbringt, so wird die Vollständigkeit der infolge einmaliger Diffusion vorhandenen Polarisation gestört.

Für die in der Nähe der Sonne bzw. am Gegenpunkt der Sonne vorhandene Polarisation ist das Verhalten der y- zur z-Komponente von Bedeutung.

Die Kurven $f_2(\zeta)$ und $f_3(\zeta)$ schneiden sich im Intervalle $\zeta = 0$ bis $\zeta = \frac{\pi}{2}$, so daß für $\zeta = \alpha$ $f_2(\alpha) = f_3(\alpha)$ wird.

Wie man sich leicht überzeugt, ist

$$\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} f_2(\zeta)\, d\zeta = \int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} f_3(\zeta)\, d\zeta$$

und folglich

$$\int_{\zeta=0}^{\alpha} [f_2(\zeta) - f_3(\zeta)]\, d\zeta = \int_{\zeta=\alpha}^{\frac{\pi}{2}} [f_3(\zeta) - f_2(\zeta)]\, d\zeta \qquad 13)$$

oder indem man die Integrale in Summanden auflöst

$$\sum_{\zeta=0}^{\alpha} [f_2(\zeta') - f_3(\zeta')]\, \varDelta\zeta = \sum_{\zeta=\alpha+\varDelta\zeta}^{\frac{\pi}{2}} [f_3(\zeta') - f_2(\zeta')]\, \varDelta\zeta. \qquad 14)$$

Die Differenzen $f_2(\zeta') - f_3(\zeta')$ auf der linken und $f_3(\zeta') - f_2(\zeta')$ auf der rechten Seite von 14) sind positiv.

Nimmt $C^2 q'$ mit der Erhebung über dem Erdboden ab[1]), so nimmt $C^2 q'$ innerhalb der Kugelschale mit wachsendem ζ zu.

Multipliziert man also die einzelnen Summanden in 14) mit $C^2 q'$, so ergibt sich

$$\sum_{\zeta=0}^{\alpha} C^2 q' [f_2(\zeta') - f_3(\zeta')]\, \varDelta\zeta < \sum_{\zeta=\alpha+\varDelta\zeta}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' [f_3(\zeta') - f_2(\zeta')]\, \varDelta\zeta, \qquad 15)$$

da $C^2 q'$ für jedes $\zeta > \alpha$ größer ist als für jedes $\zeta < \alpha$.

[1]) Die Intensität des diffusen Lichtes, ausgehend von einem Volumelement des Kegels, in dem sich T befindet und an dessen Spitze O liegt, ist proportional $B^2 q$. Da die Durchsichtigkeit der Atmosphäre mit der Erhebung über dem Erdboden zunimmt (Schlagintweit, Untersuch. üb. d. phys. Geogr. d. Alpen, Leipzig 1850, p. 458), so muß, wenn anders man nicht überhaupt die Anwendbarkeit des Rayleighschen Gesetzes auf die Atmosphäre in Abrede stellt, der Faktor $B^2 q$ mit der Erhebung über dem Erdboden kleiner werden, weil nach Gleichung 3) nur dann eine Zunahme der Durchsichtigkeit eintritt, wenn $B^2 q$ abnimmt.

Aus 15) folgt, indem man wieder zu den Integralen übergeht und die linke und rechte Seite mit der für die Kugelschale konstanten Größe A multipliziert

$$A\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_2(\zeta)\, d\zeta < A\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_3(\zeta)\, d\zeta. \qquad 12\,c)$$

Die in Richtung zur Sonne bzw. zum antisolaren Punkt gelegenen T senden also infolge der sekundären Diffusion negativ polarisiertes Licht zum Beobachter.

Da sich das aus den ebengenannten Richtungen herkommende, einmal diffundierte Licht neutral verhält, so veranlaßt erst das Überwiegen der negativen Komponente des zweimal diffundierten Lichtes die negative Polarisation.

Indem wir jetzt $\varrho =$ const. setzen und h und φ variieren lassen, denken wir uns eine Halbkugelschale über dem Beobachter als Mittelpunkt konstruiert. Diese Halbkugelschale weist den soeben erfolgten Ausführungen nach, solange ϱ innerhalb der vorgeschriebenen Grenzen bleibt, infolge ein- und zweimaliger Diffusion folgende Polarisation auf.

Im Zenit fällt die Polarisationsebene mit der Ebene des Sonnenvertikals zusammen, in der Nähe der Sonne bzw. am Gegenpunkt der Sonne steht sie senkrecht zu dieser. Innerhalb des Sonnenvertikals müssen daher neutrale Punkte vorhanden sein, da aus Gründen der Symmetrie eine allmähliche Drehung der Polarisationsebene ausgeschlossen erscheint. Die über den neutralen Punkten vorhandene Polarisation dürfte demgemäß positiv, die darunter befindliche negativ sein.

In einer horizontalen, zu den Sonnenstrahlen senkrechten Richtung ist die Polarisationsebene horizontal. Für die Annahme von neutralen Punkten in einer zum Sonnenvertikal senkrechten Ebene liegt demnach kein Grund vor. Die Polarisation wird innerhalb dieser Ebene stets negativ sein.

Nachdem gezeigt wurde, daß eine Reihe von über dem Beobachter befindlichen Halbkugelschalen in den hauptsächlichsten Polarisationserscheinungen übereinstimmen müssen, gehen wir auf die Polarisationserscheinungen einer bestimmten Halbkugelschale näher ein.

C.

a) Polarisationserscheinungen einer Halbkugelschale von kleinem Radius bei der Sonnenhöhe 0°.

Im folgenden wird auf Grundlage des Rayleighschen Gesetzes sowie unter Berücksichtigung der primären und sekundären auf die gesamte Atmosphäre erstreckten Diffusion der Polarisationszustand berechnet, in welchen die unterste dem Erdboden aufliegende Luftschicht gerät. In dem Kapitel C, a wird dieser Polarisationszustand berechnet für die Sonnenhöhe Null, in dem Kapitel C, b für beliebige Sonnenhöhe. Dieser für die unterste Atmosphärenschicht berechnete Polarisationszustand oder mit andern Worten die Polarisation einer Halbkugel von kleinem Radius ϱ wird alsdann verglichen mit dem wahren Polarisationszustand der ganzen Atmosphäre. Unter Heranziehung bekannter und eigener Beobachtungen ergibt sich eine sehr bemerkenswerte Übereinstimmung, welche so weit geht, daß sich auch verwickelte Vorgänge, wie z. B. die Polarisation des an Wasserflächen gespiegelten Himmels mittels der gegebenen Formeln berechnen lassen.

Späterer Forschung muß die Untersuchung vorbehalten bleiben, inwieweit jene Übereinstimmung eine naturgemäß notwendige ist.

Betreffs der Polarisation der in konstanter Entfernung von O befindlichen T bleiben, soweit die infolge einmaliger Diffusion vorhandene Strahlung in Betracht kommt, die Gleichungen 6 a), b) auf Seite 16 bestehen. Sie lauten:

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} [\cos^2 h \cos^2 \vartheta + (\sin\vartheta \cos\varphi + \cos\vartheta \sin\varphi \sin h)^2]. \\ i_2 &= \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} [\cos^2 h \sin^2 \vartheta + (\cos\vartheta \cos\varphi - \sin\vartheta \sin\varphi \sin h)^2]. \end{aligned}\right\} \quad 16)$$

Zur Ermittlung der Intensitäten des zweimal diffundierten Lichtes gehe man von dem Schema 8) auf Seite 21 aus. In diesem Schema sind die Amplituden der in Richtung der x-, y-, z-Achse erfolgenden Schwingungen des durch T' sekundär beeinflußten Partikels T enthalten. Um die Amplituden der in Richtung TI_1 (Figur 5) erfolgenden Lichtschwingungen des zweimal diffundierten Lichtes zu erhalten, werden die im Schema 8 verzeichneten Amplituden mit $\cos I_1 Tx$ bzw. $\cos I_1 Ty$ bzw. $\cos I_1 Tz$ zu multiplizieren sein. Man erhält alsdann folgendes Schema:

Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2}C$. Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2}C\cos\eta$.

Von der Von der 17)

x-Komp.: 0 x-Komp.: $-\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4}BC\cos\eta\sin\eta\cdot\cos(I_1Tx)$,

y- „ : $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4}BC\sin\varepsilon\cdot\cos(I_1Ty)$. y- „ : $-\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4}BC\cos^2\eta\cos\varepsilon\cdot\cos(I_1Ty)$.

z- „ : $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4}BC\cos\varepsilon\cdot\cos(I_1Tz)$. z- „ : $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4}BC\cos^2\eta\sin\varepsilon\cdot\cos(I_1Tz)$.

$\cos(I_1Tx)$, $\cos(I_1Ty)$ und $\cos(I_1Tz)$ lassen sich durch folgende Ausdrücke ersetzen:

$$\begin{aligned}
\cos(I_1Tx) &= -\cos\vartheta\cos\varphi\sin h + \sin\vartheta\sin\varphi = a\\
\cos(I_1Ty) &= \cos\vartheta\sin\varphi\sin h + \sin\vartheta\cos\varphi = b\\
\cos(I_1Tz) &= \cos h\cos\vartheta = c
\end{aligned}$$

Berücksichtigt man noch, daß die links im Schema 17) stehenden Anteile unter sich kohärieren, da sie Komponenten ein und derselben Schwingung sind, und ebenso diejenigen rechts im Schema stehenden, so ergibt sich die Intensität des parallel TI_1 schwingenden, zweimal diffundierten Lichtes proportional

$$(c\cos^2\eta\sin\varepsilon - b\cos^2\eta\cos\varepsilon - a\cos\eta\sin\eta)^2 + (b\sin\varepsilon + c\cos\varepsilon)^2. \quad 18)$$

Hierin lassen sich, wie auf Seite 21 dargestellt wurde, η und ε durch ζ und ψ ausdrücken.

18) geht dann über in

$$\begin{aligned}
&a^2(\sin^2\zeta\cos^2\psi - \sin^4\zeta\cos^4\psi) + b^2(1 - \sin^2\zeta\sin^2\psi - \sin^4\zeta\cos^2\psi\sin^2\psi)\\
&+ c^2(\sin^2\zeta\sin^2\psi + \sin^4\zeta\cos^2\psi) + 2ab\sin^4\zeta\cos^3\psi\sin\psi \quad 19)\\
&- 2ac\sin^3\zeta\cos\zeta\cos^3\psi + 2bc(\sin\zeta\cos\zeta\sin\psi + \sin^3\zeta\cos\zeta\cos^2\psi\sin\psi).
\end{aligned}$$

Das Volumelement, in dem sich T' befindet, hat die Größe $d\tau' = r^2\sin\zeta\,dr\,d\zeta\,d\psi$. Die Teilchenzahl pro Volumeinheit innerhalb des Volumelements sei q'.

Für die Intensität des an T zum zweiten Male diffundierten, parallel TI_1 schwingenden Lichtes erhält man folglich

$$i_1^2 = \frac{B^2\pi^2}{\varrho^2\lambda^8} \left[\begin{array}{l} a^2 \int\limits^r \int\limits^\zeta \int\limits^\psi C^2 q' (\sin^3\zeta \cos^2\psi - \sin^5\zeta \cos^4\psi)\, dr\, d\zeta\, d\psi \\ + b^2 \int\limits^r \int\limits^\zeta \int\limits^\psi C^2 q' (\sin\zeta - \sin^3\zeta \sin^2\psi - \sin^5\zeta \cos^2\psi \sin^2\psi) \\ \qquad dr\, d\zeta\, d\psi \\ + c^2 \int\limits^r \int\limits^\zeta \int\limits^\psi C^2 q' (\sin^3\zeta \sin^2\psi + \sin^5\zeta \cos^2\psi)\, dr\, d\zeta\, d\psi \\ + 2\,a\,b \int\limits^r \int\limits^\zeta \int\limits^\psi C^2 q' \sin^5\zeta \cos^3\psi \sin\psi\, dr\, d\zeta\, d\psi \\ - 2\,a\,c \int\limits^r \int\limits^\zeta \int\limits^\psi C^2 q' \sin^4\zeta \cos\zeta \cos^3\psi\, dr\, d\zeta\, d\psi \\ + 2\,b\,c \int\limits^r \int\limits^\zeta \int\limits^\psi C^2 q' (\sin^2\zeta \cos\zeta \sin\psi + \sin^4\zeta \cos\zeta \cos^2\psi \sin\psi) \\ \qquad dr\, d\zeta\, d\psi \end{array} \right]$$

oder abgekürzt 20)

$$i^2_1 = \frac{B^2\pi^2}{\varrho^2\lambda^4} [la^2 + mb^2 + nc^2 + 2\,ab \cdot u - 2\,ac \cdot v + 2\,bc \cdot w].$$

Lassen wir ϱ nur kleine Werte annehmen, so darf $C^2 q'$ als unabhängig von ψ angesehen werden. Die Integration von 21) über ψ von $\psi = 0$ bis $\psi = 2\pi$ ergibt alsdann

$$i_1^2 = \frac{B^2\pi^2}{\varrho^2\lambda^4} [l a^2 + m b^2 + n c^2], \tag{22}$$

worin

$$l = \frac{\pi}{\lambda^4} \int\limits^r \int\limits^\zeta C^2 q' \left(\sin^3\zeta - \frac{3}{4} \sin^5\zeta\right) dr\, d\zeta,$$

$$m = \frac{\pi}{\lambda^4} \int\limits^r \int\limits^\zeta C^2 q' \left(2 \sin\zeta - \sin^3\zeta - \frac{1}{4} \sin^5\zeta\right) dr\, d\zeta,$$

$$n = \frac{\pi}{\lambda^4} \int\limits^r \int\limits^\zeta C^2 q' (\sin^3\zeta + \sin^5\zeta)\, dr\, d\zeta \tag{23}$$

sind.

Die in 23) auftretenden Funktionen von ζ sind dieselben, wie die auf Seite 23 mit $f_1(\zeta)$, $f_2(\zeta)$, $f_3(\zeta)$ bezeichneten. l, m, n können daher nur positive Werte haben.

Läßt man ϱ = const sehr klein werden, so dürfen l, m, n innerhalb der Halbkugelschale ϱ = const als Konstante betrachtet werden. Ihre Werte unterscheiden sich in diesem Falle nur wenig von den für

den Punkt O geltenden. Sie lassen sich angenähert nach folgendem Verfahren bestimmen.

Nach Seite 13 ist der Energieverlust des in ein trübes Medium einfallenden Lichtes infolge einmaliger Diffusion auf der Strecke dr

$$dI = -\frac{8\pi^3}{3\lambda^4} C^2 q' I dr. \tag{24}$$

Auf die Atmosphäre mit der von Punkt zu Punkt veränderlichen Größe $C^2 q'$ angewandt, geht 24) nach der Integration über r über in

$$I = I_0 e^{-\frac{8\pi^3}{3\lambda^4}\int C^2 q' dr}. \tag{25}$$

Erstrecken wir das Integral bei einer konstanten Zenitdistanz $\zeta = \zeta'$ über r von der Grenze der Atmosphäre an bis nach O, so tritt an Stelle von 25)

$$I_{\zeta=\zeta'} = I_0 e^{\frac{8\pi^3}{3\lambda^4}\left[\int\limits_{\text{Grenze der Atmosphäre}}^{0} C^2 q' dr\right]_{\zeta=\zeta'}} \text{[1]}. \tag{26}$$

Aus 26) gewinnt man

$$\frac{\pi}{\lambda^4}\left[\int\limits_0^{\text{Grenze der Atmosphäre}} C^2 q' dr\right]_{\zeta=\zeta'} = -\frac{3}{8\pi^2} ln\left(\frac{I_{\zeta=\zeta'}}{I_0}\right). \tag{27}$$

Das in 27) stehende Integral ist mit dem in 23) vorkommenden Integral über r identisch. Ersetzt man es daher durch den in 27) stehenden Ausdruck, so ergibt sich

$$l = -\frac{3}{8\pi^2}\int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) f_1(\zeta)\, d\zeta.$$

$$m = -\frac{3}{8\pi^2}\int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) f_2(\zeta)\, d\zeta, \qquad 28)\,\text{[2]}$$

$$n = -\frac{3}{8\pi^2}\int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) f_3(\zeta)\, d\zeta.$$

[1]) Vor das Integral tritt das positive Zeichen, weil r von O aus gezählt wird und in entgegengesetzter Richtung des einfallenden Lichtes negativ zu nehmen ist.

[2]) Als obere Integrationsgrenze darf $\frac{\pi}{2}$ gelten, da ρ als sehr klein vorausgesetzt wurde.

Das Verhältnis $\frac{I_\zeta}{I_0}$ ist wiederholt durch Messungen der Transparenz in verschiedenen Zenitabständen bestimmt worden. Im folgenden werden in erster Linie die Abneyschen[1]) Werte benutzt werden.

In Figur 6 ist $-\frac{3}{8} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right)$ als Funktion von ζ unter Benutzung der Abneyschen Werte graphisch dargestellt. Mit Hilfe von Figur 6 lassen sich die Kurven

$$-\frac{3}{8} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) \sin\zeta, \; -\frac{3}{8} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) \sin^3\zeta, \; -\frac{3}{8} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) \sin^5\zeta$$

konstruieren, worauf man durch mechanische Quadratur folgendes findet:

$$-\frac{3}{8}\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) \sin\zeta\, d\zeta = 0.29443$$

$$-\frac{3}{8}\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) \sin^3\zeta\, d\zeta = 0.25960 \qquad 29)$$

$$-\frac{3}{8}\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) \sin^5\zeta\, d\zeta = 0.24195.$$

Hieraus gewinnt man für l, m, n leicht folgende Werte:

$$l = 0.07814 \frac{1}{\pi^2} \,^{2)},$$

$$m = 0.26877 \frac{1}{\pi^2}, \qquad 30)$$

$$n = 0.50155 \frac{1}{\pi^2}.$$

Fig. 6.

[1]) Siehe Pernter-Exner, Meteor. Opt. p. 676 oder Mascart, Traité d'Optique III., p. 373.

[2]) $-\frac{3}{8} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right)$ ist auch mit Hilfe der Extinktionsfunktion $\varphi(\zeta)$ bestimmbar.

Aus $\log I_\zeta = \log I_{\zeta=0} - \varphi(\zeta)$ und

$\log I_{\zeta=0} = \log I_0 + \log p$, worin p den Transparenzkoeffizienten der Atmosphäre bedeutet, folgt nämlich

$$\frac{3}{8} ln\left(\frac{I_\zeta}{I_0}\right) = -\frac{3}{8}\,\frac{\log p - \varphi(\zeta)}{\log e}.$$

Fügt man die Müllerschen auf Potsdam bzw. den Säntis bezogenen Werte für $\varphi(\zeta)$ und desgleichen die entsprechenden Transparenzkoeffizienten ein (siehe Pernter-Exner,

Ersetzt man in Gleichung 22) a, b, c durch die ursprünglichen Ausdrücke, so ergibt sich

$$i_1{}^2 = \frac{B^2 \pi^2}{\varrho^2 \lambda^4} [l (\cos\vartheta \cos\varphi \sin h - \sin\vartheta \sin\varphi)^2 + m (\cos\vartheta \sin\varphi \sin h + \sin\vartheta \cos\varphi)^2 + n \cos^2 h \cos^2\vartheta], \tag{31a}$$

worin für l, m, n, die in 30) bzw. 30a) stehenden Werte einzuführen sind.

Die Intensität des in Richtung TI_2 ($\perp TI_1$) schwingenden, zweimal diffundierten Lichtes erhält man dadurch, daß man in 31) ϑ durch $\vartheta + \frac{\pi}{2}$ ersetzt.

$$i_2{}^2 = \frac{B^2 \pi^2}{\varrho^2 \lambda^4} [l [\sin\vartheta \cos\varphi \sin h + \cos\vartheta \sin\varphi)^2 + m (\cos\vartheta \cos\varphi - \sin\vartheta \sin\varphi \sin h)^2 + n \cos^2 h \sin^2\vartheta]. \tag{31b}$$

Addiert man schließlich die Intensitäten der infolge ein- und zweimaliger Diffusion vorhandenen Strahlung, so findet man

$$i_1 = i_1{}^1 + i_1{}^2 = \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} [l \pi^2 (\cos\vartheta \cos\varphi \sin h - \sin\vartheta \sin\varphi)^2 + (1 + m\pi^2) (\cos\vartheta \sin\varphi \sin h + \sin\vartheta \cos\varphi)^2 + (1 + n\pi^2) \cos^2 h \cos^2\vartheta].$$

$$i_2 = i_2{}^1 + i_2{}^2 = \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} [l \pi^2 (\sin\vartheta \cos\varphi \sin h + \cos\vartheta \sin\varphi)^2 + (1 + m\pi^2) (\cos\vartheta \cos\varphi - \sin\vartheta \sin\varphi \sin h)^2 + (1 + n\pi^2) \cos^2 h \sin^2\vartheta]. \tag{32}$$

1. Die Polarisationsisoklinen einer Halbkugelschale von kleinem Radius.

Indem man in 32) $i_1 = i_2$ setzt, erhält man als Gleichung der Polarisationsisoklinen

$$\sin h = \frac{(1 + (m - l)\pi^2) \operatorname{tang}(2\vartheta) \sin(2\varphi)}{2[(n - m)\pi^2 + (1 + (m - l)\pi^2) \cos^2\varphi]} \tag{33}$$

$$\pm \sqrt{\left[\frac{(1 + (m - l)\pi^2) \operatorname{tang}(2\vartheta) \sin(2\varphi)}{2[(n - m)\pi^2 + (1 + (m - l)\pi^2) \cos^2\varphi]}\right]^2 + \frac{1 + (n - l)\pi^2 - (1 + (m - l)\pi^2) \cos^2\varphi}{(n - m)\pi^2 + (1 + (m - l)\pi^2) \cos^2\varphi}}.$$

Nach 33) wurde folgende Tabelle unter Zugrundelegung der Werte 29) für l, m, n berechnet und mit ihrer Hilfe die Polarisationsisoklinen der Halbkugelschale konstruiert.

Meteor. Opt. p. 672—675), so erhält man die übrigen in Figur 6 dargestellten Kurven. Bei Verwendung der Müllerschen Werte wird eine Extapolation notwendig.

Für Potsdam ist

$$l = 0.07413 \frac{1}{\pi^2}, \quad m = 0.25338 \frac{1}{\pi^2}, \quad n = 0.46000 \frac{1}{\pi^2}.$$

Für den Säntis ist

$$l = 0.05169 \frac{1}{\pi^2}, \quad m = 0.17817 \frac{1}{\pi^2}, \quad n = 0.32623 \frac{1}{\pi^2}. \tag{30a}$$

Tabelle 2.

Höhen h für die zugehörigen Azimute φ und die zugehörigen Neigungen χ der Polarisationsebene gegen die Vertikalebene.

χ	$\varphi = 10°$	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
—15°	49°40′	—	—	—	-	—	—	
—25°	35°27′	57°30′	—	—	—	—	—	—
—35°	29°47′	41° 6′	60°56′	—	—	—	—	—
—45°	26° 6′	32°34′	43°25′	61°54′	—	—	—	—
—55°	22°57′	26° 8′	32°43′	43° 1′	61°16′	—	—	—
—65°	19°30′	20° 5′	23°46′	30° 0′	39°59′	58°39′	—	
—75°	14°43′	13°16′	14°51′	18°11′	23°39′	32°52′	52°25′	
—85°	6°16′	4°48′	5° 8′	6°10′	7°56′	10°55′	16°47′	34°19′

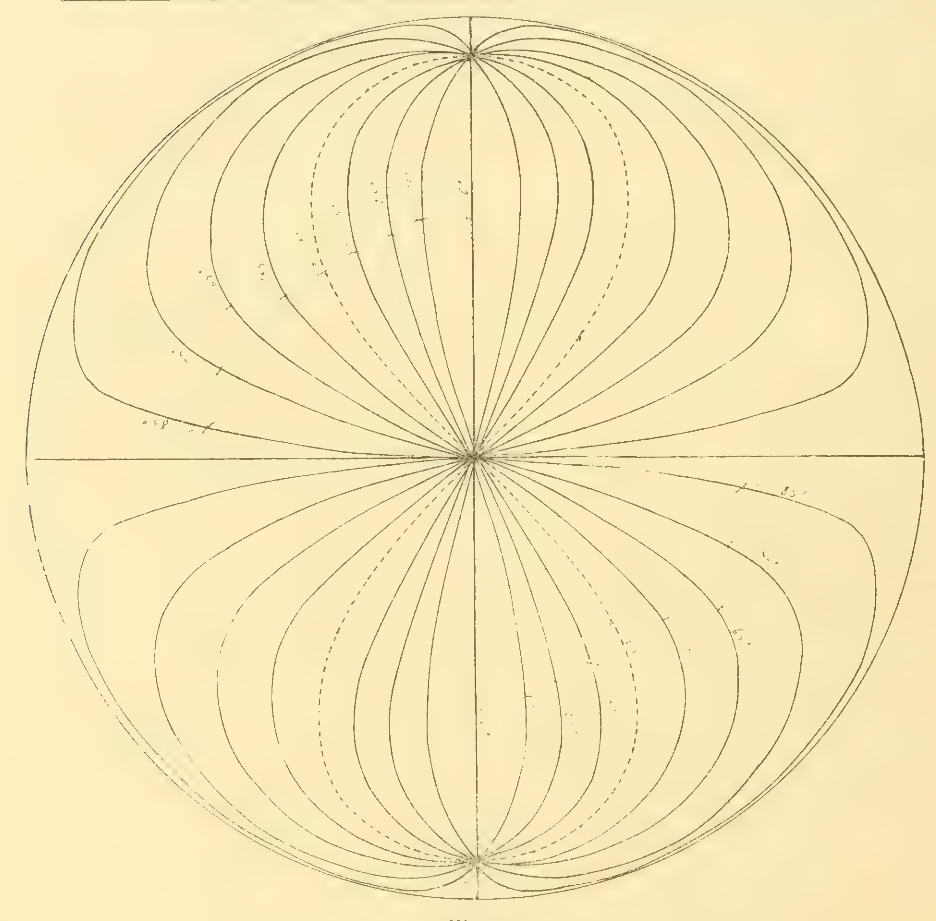


Fig. 7.

Figur 7 zeigt die Halbkugelschale mit ihren Polarisationsisoklinen auf die Horizontalfläche, Figur 8 auf eine zum Sonnenvertikal senkrechte Ebene projiziert. Die gestrichelte Kurve entspricht der Buschschen Lemniskate.

Vergleicht man hiermit die Polarisationsisoklinen, welche die gesamte Atmosphäre aufweist, so findet man eine völlige Übereinstimmung in qualitativer Hinsicht.

Zur eigenen Orientierung wurde am 21. Oktober 1913 eine Messungsreihe aufgenommen, welche geeignet ist, dies besonders deutlich zu demonstrieren. Über die Art der Messung und die Apparatur mögen folgende Angaben genügen.

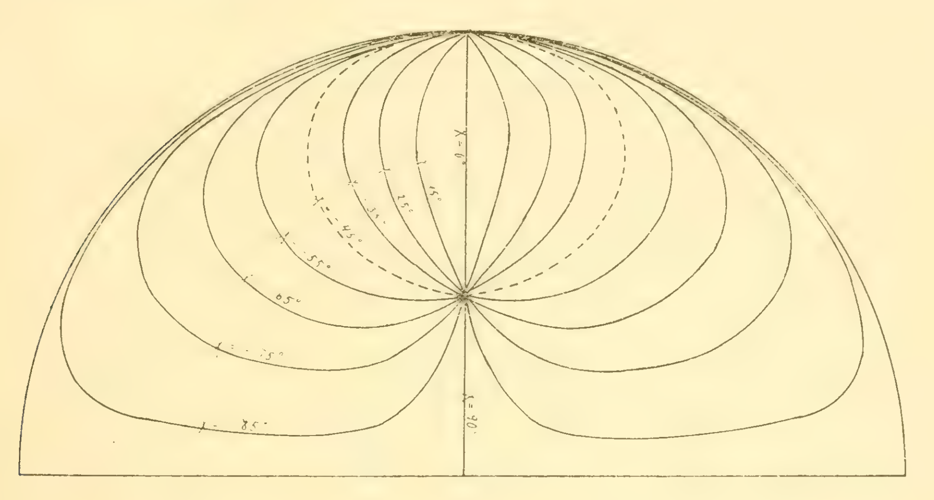


Fig. 8.

Von einem Jensenschen Pendelquadranten wurden Polariskop und Nadelvisier abgenommen und auf einen mit Fuß versehenen, hölzernen Quadranten gesetzt, der außer der Höhenbestimmung auch eine Azimutablesung gestattete. Nach Lösung einer zur Befestigung dienenden Schraube war das Polariskop in seiner Fassung drehbar. Somit ließ sich den Interferenzstreifen jede beliebige Neigung zur Vertikalebene geben. Auf diese Weise wurde mit Hilfe einer am Polariskop festgeklebten Skala und einer festen Marke an seiner Fassung der Winkel χ fixiert[1]).

[1]) Fällt in der Richtung der optischen Achse des Savartschen Polariskops ein teilweise polarisierter Lichtstrahl ein, so tritt bei der Drehung um die optische Achse bei einer bestimmten Stellung Streifenunterbrechung ein. Die verschwundenen Polarisationsfransen sind in dieser Stellung um den Winkel $\frac{\pi}{4}$ gegen die Polarisationsebene geneigt. Daraus bestimmt sich leicht der Winkel χ. Falls das einfallende Licht neutral ist, zeigt das Savartsche Polariskop in jeder Stellung Streifenunterbrechung.

Die Messungen erfolgten im Quadranten links vom Gegenpunkt der Sonne. χ und φ wurden von 10° zu 10° eingestellt und das zugehörige h durch Visieren nach der Unterbrechungsstelle gefunden.

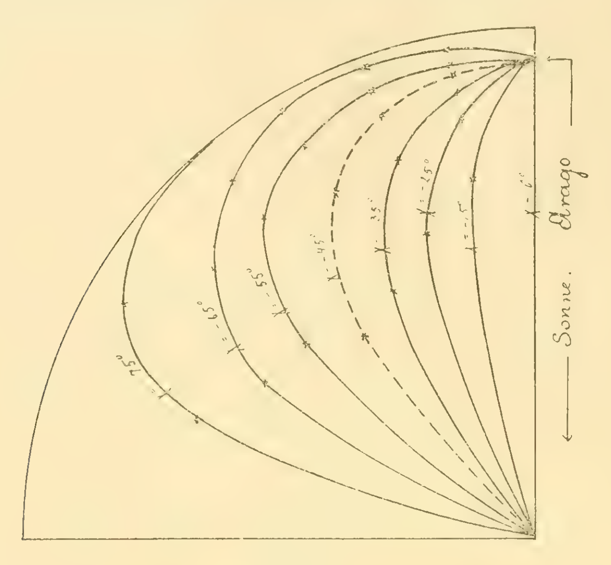


Fig. 9.

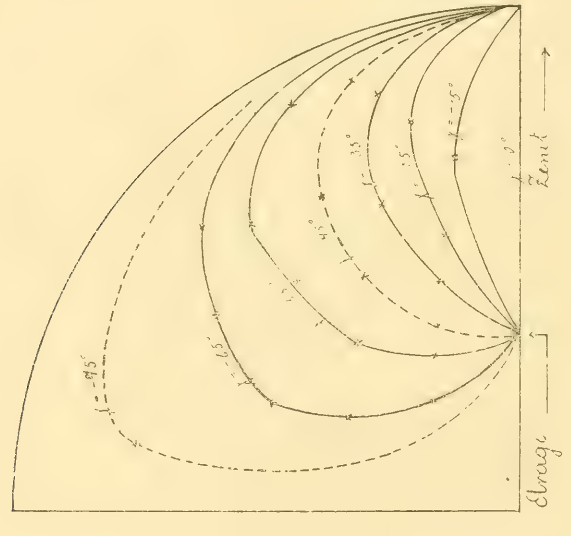


Fig. 10.

Tabelle 3.

Höhen h für die zugehörigen Azimute φ und die zugehörigen Neigungen χ der Polarisationsebene gegen die Vertikalebene.

z	$\varphi = 10°$	20°	30°	40°	50°	60°
-15°	44°5	unmeßbar	—	—	—	—
25°	33.2	50°5	unmeßbar	—	—	—
-35°	27.0	37.5	56°0	—	—	—
—45°	21.5	27.7	38.5	59°0	—	—
—55°	18.0	19.5	27.2	34.5	54°0	—
—65°	12.5	10.7	12.5	22.7	34.7	52°5
—75°	unmeßbar	unmeßbar	unmeßbar	unmeßbar	7.5	unmeßbar

21. X. 13.

Morgens Nebel, mittags klar, abends Dunst am Horizont, darin besonders gegen Sonne und Gegensonne hin einige Wolkenstreifen bemerkbar. Beobachtungszeit von 4^{45}—5^{18} p. m. (W. O. Z.). Der Aragosche Punkt blieb während der Messungszeit nahezu in konstanter Höhe. Das Mittel aus allen Beobachtungen ist 20°2.

Meteor. Dat.: Um 2^h p. m.

755.7 mm Luftdruck, 12°2 C Temper., SSE Wind, Stärke 2—3, 74% relat. Feuchtigkeit, 7.8 abs. Feuchtigkeit.

In Figur 9 und 10 wurden die beobachteten Polarisationsisoklinen nach den in Tabelle 3 enthaltenen Werten rekonstruiert. Die Darstellung ist analog wie in Figur 7 und 8, jedoch ist nur der Quadrant links vom Gegenpunkt der Sonne dargestellt.

Es braucht wohl kaum hervorgehoben zu werden, daß Figur 7 und 8 auch in Übereinstimmung mit den Bosanquetschen, Buschschen, Becquerelschen und Mentzelschen[1]) Beobachtungen stehen.

2. Die neutralen Punkte einer Halbkugelschale von kleinem Radius.

Setzt man in Gleichung 33) $\varphi = 0$ oder $\varphi = \pi$, so ergibt sich für jedes beliebige ϑ stets derselbe Wert $h = h'$. Es ist somit für $h = h'$ keine Schwingungsrichtung ausgezeichnet, d. h. das hier in Frage kommende Himmelslicht ist neutral. Die beiden neutralen Punkte liegen also im Sonnenvertikal in gleicher Höhe. Weitere neutrale Punkte sind nicht vorhanden, da für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ bzw. $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ $\sin h > 1$ ist und für jedes $\varphi \gtrless \begin{matrix} 0 \text{ bzw. } \pi \\ \frac{\pi}{2} \text{ bzw. } \frac{3\pi}{2} \end{matrix}$ eine Abhängigkeit von ϑ besteht.

Die Gleichung der neutralen Punkte lautet folglich

$$\sin h' = \sqrt{\frac{(n - m)\,\pi^2}{1 + (n - l)\,\pi^2}}. \tag{34}$$

[1]) Mentzel, Meteor. Jahrbuch für Bremen, 1912.

Setzt man in Gleichung 34) für l, m n die Werte 30) ein, so erhält man als Höhe der neutralen Punkte $23°51'$. Unter Zugrundelegung der für Potsdam bzw. den Säntis geltenden Werte 30 a) findet man:

$$\text{Für Potsdam:} \quad h' = 22°43',$$
$$\text{„ den Säntis:} \quad h' = 19°56'.$$

Der Vergleich dieser beiden Werte läßt den gleichen Einfluß der Transparenz auf die Höhe der neutralen Punkte erkennen, wie es die Beobachtung der Gesamtatmosphäre lehrt.

Da l, m, n in 30) und 30 a) für weißes Licht berechnet sind, so bezieht sich die Höhe des neutralen Punktes auf weißes Licht. Wie indessen aus 23) hervorgeht, sind l, m, n umgekehrt proportional der vierten Potenz der Wellenlänge. Gleichung 34) würde demgemäß fordern, daß mit wachsender Wellenlänge der Abstand der neutralen Punkte von der Sonne bzw. dem Gegenpunkt der Sonne sich verringert. Hierbei ist aber darauf hinzuweisen, daß die Extinktion, die nicht berücksichtigt wurde, hinsichtlich der Wellenlänge ebenfalls von Einfluß auf die Höhe der neutralen Punkte ist und daher für die chromatische Polarisation nicht außer Betracht bleiben darf.

3. Die Linien gleicher Polarisation einer Halbkugelschale von kleinem Radius.

Ist die Lage der Polarisationsebene für bestimmte Punkte der Halbkugelschale bekannt, so läßt sich mit Hilfe der Gleichungen 32) die Größe der an diesen Punkten vorhandenen Polarisation berechnen. Als Maß der Polarisation dient für gewöhnlich der Ausdruck

$$P = \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2}. \tag{35}$$

Setzt man in 32) $\vartheta = \chi$ und führt die Werte i_1 und i_2 unter Benutzung der in Tabelle 2 enthaltenen zusammengehörigen Werte χ, h, φ in 35) ein, so erhält man für die entsprechenden Punkte der Halbkugelschale die unten folgenden Polarisationsgrößen.

Mit Hilfe dieser Werte wurden zwei Karten der Linien gleicher Polarisation gezeichnet. In Figur 11 erscheint die Halbkugelschale auf die Horizontalebene, in Figur 12 auf eine zum Sonnenvertikal senkrechte Ebene projiziert. Die Linien gleicher Polarisation wurden freihändig gezogen, nachdem die betr. Werte in die Karte eingetragen waren.

$\varphi = 0°$	
h	P
0	0.084
5°	0.080
10	0.070
15	0.051
20	0.025
25	0.009
30	0.051
40	0.163
50	0.311
60°	0.490
70°	0.677
80	0.826
90	0.884

$\varphi = 10°$	
h	P
6° 16'	0.094
14° 43'	0.078
19° 30'	0.069
22° 57'	0.067
26° 6'	0.073
29° 47'	0.090
35° 27'	0.136
49° 40'	0.322

$\varphi = 20°$	
h	P
4° 48'	0.141
13° 16'	0.137
20° 5'	0.138
26° 8'	0.151
32° 34'	0.182
41° 6'	0.258
57° 30'	0.490

$\varphi = 30°$	
h	P
5° 8'	0.215
14° 51'	0.220
23° 46'	0.237
32° 43'	0.276
43° 25'	0.365
60° 56'	0.595

$\varphi = 40°$	
h	P
6° 10'	0.320
18° 11'	0.335
30° 0'	0.374
43° 1'	0.461
61° 54'	0.666

$\varphi = 50°$	
h	P
7° 56'	0.453
23° 39'	0.481
39° 59'	0.555
61° 16'	0.722

$\varphi = 60°$	
h	P
10° 55'	0.605
32° 52'	0.650
58° 39'	0.771

$\varphi = 70°$	
h	P
16° 47'	0.754
52° 25'	0.817

$\varphi = 80°$	
h	P
34° 19'	0.864

$\varphi = 90°$	
h	P
0	0.901
30	0.897
60	0.889
90	0.884

Vergleicht man diese Karte mit der von Brewster entworfenen, so findet man auch hier Übereinstimmungen in qualitativer Hinsicht. Nur nach einer Richtung hin zeigen sich Abweichungen. Während nämlich nach Brewster[1]) innerhalb einer zum Sonnenvertikal senkrechten Ebene die Polarisation mit wachsendem Zenitabstand abnimmt, tritt nach Gleichung 35) gerade das Gegenteil ein.

Aus den Brewsterschen Messungen geht mit Sicherheit hervor, daß die maximale Polarisation am Horizont kleiner ist als im Sonnenvertikal. Diese Beobachtung scheint Brewster dazu veranlaßt zu haben, seiner Interpolationsformel, nach welcher die Linien gleicher Polarisation berechnet

[1]) Brewster, Phil. Mag. 3. ser., vol. 31. p. 451—453. Siehe die Karte der Linien gleicher Polarisation in Phil. Mag. 4. ser., vol. 30, 1865, Sept.-Heft.

wurden, eine solche Form zu geben, daß eine Abnahme der Polarisation mit der Zenitdistanz stattfindet. Indessen liegt es im Bereich der Möglichkeit, daß eine Herabminderung der Polarisation erst in unmittelbarer Nähe des Horizonts wegen der in der Nähe der Erdoberfläche schwebenden

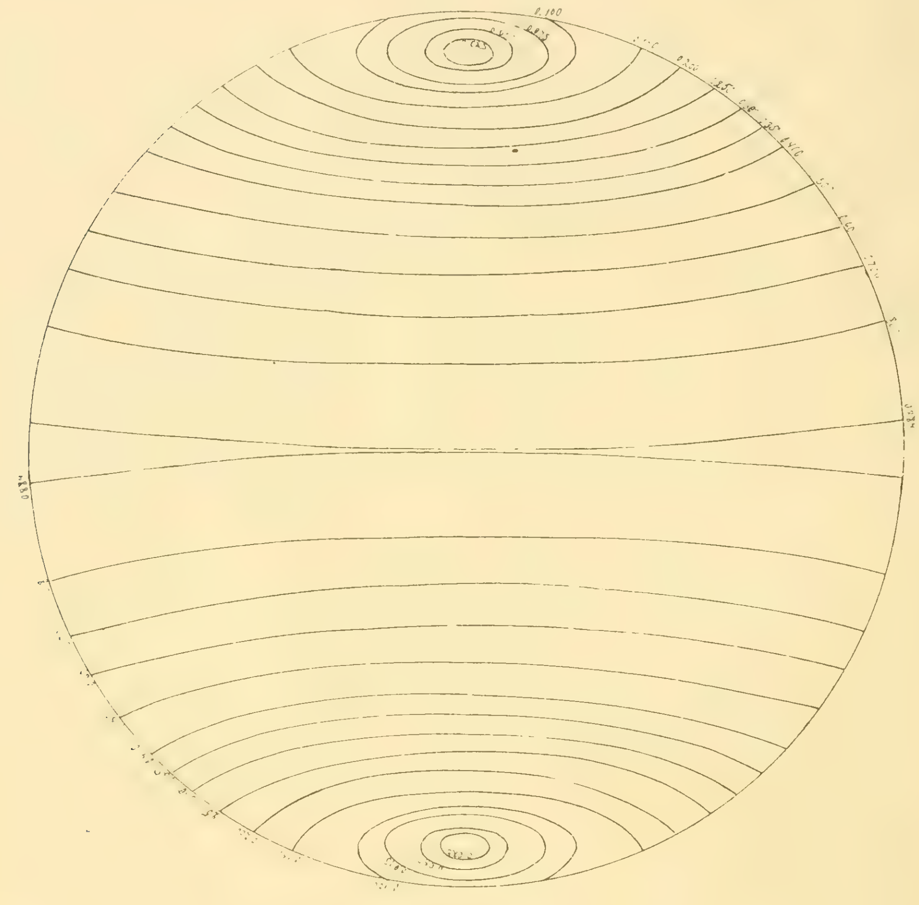


Fig. 11.

gröberen Teilchen, auf welche das Rayleighsche Gesetz keine Anwendung finden darf, eintritt. Jedenfalls steht die Brewstersche Interpolationsformel in Widerspruch zu den Hurionschen[1]) Messungen. Hurion maß die Polarisationsgröße in einer zum Sonnenvertikal senkrechten Ebene für die Zenitabstände 0°, 40°, 60°, und fand eine leichte Zunahme mit wachsendem Zenitabstand.

[1]) Hurion, Ann. d. chim. et d. phys. 1896.

b) Polarisationserscheinungen einer Halbkugelschale von kleinem Radius bei variabler Sonnenhöhe.

Die bisherigen Rechnungen bezogen sich auf den Fall, daß die Sonne am Horizont stand. Wir führen jetzt eine variable Sonnenhöhe ein, beschränken uns aber auf die Untersuchung der Polarisation des Sonnenvertikals.

Da die Ebene des Sonnenvertikals eine Symmetrieebene ist, so dürfen wir von vornherein voraussetzen, daß die Polarisationsebene innerhalb des Sonnenvertikals eine horizontale oder vertikale Lage hat. Die Licht-

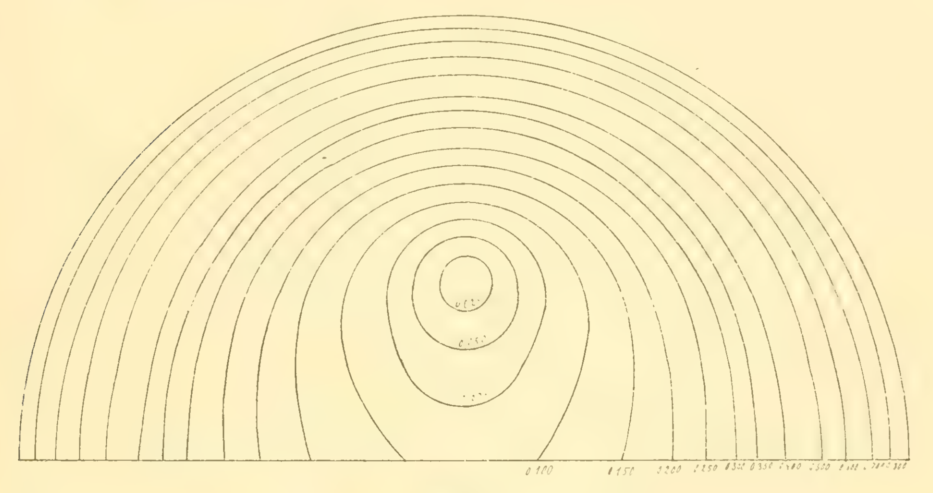


Fig. 12.

schwingungen des diffundierten Lichtes finden demgemäß nur innerhalb der Ebene des Sonnenvertikals bzw. senkrecht dazu statt.

Die Partikel T befinde sich von O aus gesehen in der Höhe h (Figur 13) im Sonnenvertikal. ϱ sei wieder die Entfernung des Teilchens von O. T wird zum Nullpunkt zweier rechtwinkliger Koordinatensysteme gemacht, von denen das eine, das x'-, y'-, z'-System, feststeht. Die z'-Richtung ist parallel der Zenitrichtung, während die x'-Achse in die Ebene des Sonnenvertikals hineinfällt. Das andere Koordinatensystem, das x-, y-, z-System, ist um die y-Achse drehbar zu denken, so daß die y-Achse stets mit der y'-Achse zusammenfällt. Parallel der x-Achse fallen die Sonnenstrahlen ein. Die Sonnenhöhe δ ist folglich der Winkel zwischen x- und x'-Achse.

Der parallel der x-Achse einfallende, natürliche Sonnenstrahl wird in zwei total polarisierte Lichtstrahlen zerlegt, von denen der eine die Partikel T in eine Schwingung parallel der z-Achse, der andere in eine

Schwingung parallel der $y^{(1)}$-Achse versetzt. Die Betrachtung der Figur 13 läßt dann ohne weiteres die Entstehung folgender Gleichungen erkennen:

$$
\begin{aligned}
i_1^{\,1} &= \frac{B^2}{\varrho^2\,\lambda^4}\cos^2(h \mp \delta) \\
i_2^{\,1} &= \frac{B^2}{\varrho^2\,\lambda^4}.
\end{aligned}
\tag{36}
$$

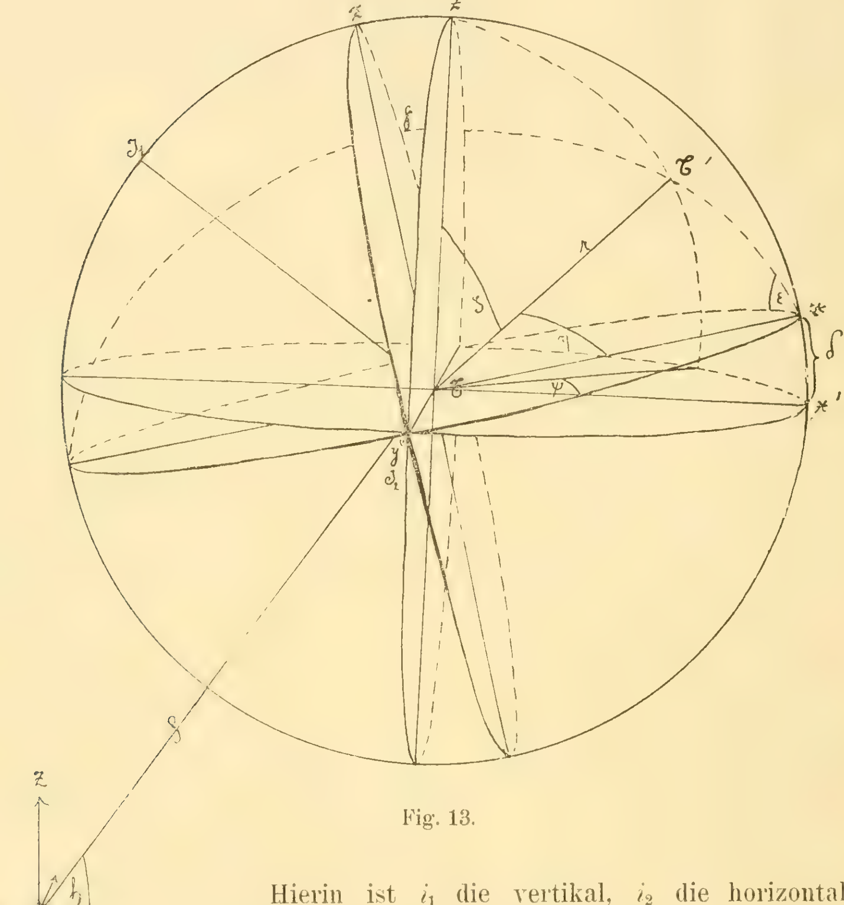


Fig. 13.

Hierin ist i_1 die vertikal, i_2 die horizontal schwingende Komponente des einmal diffundierten Lichtes. In 36) gilt das obere Zeichen für diejenige Hälfte des Sonnenvertikals, in der die Sonne steht, das untere Zeichen für die der Sonne abgewandte Hälfte.

Zur Berechnung der Intensitäten der zweimal diffundierten Strahlung lenken wir unser Augenmerk auf die Partikel T'. Die Lage von T' zum x-, y-, z-System wird wie früher mit Hilfe der Winkel η und ε und dem Parameter r bestimmt. Im Koordinatensystem X', Y', Z' ist die

Lage von T' durch das Azimut ψ (von der x'-Richtung aus gezählt), der Zenitdistanz ζ, sowie der Entfernung r von T festgelegt.

In bezug auf das Koordinatensystem x, y, z gelten, da gegen früher keine Veränderungen vorgenommen wurden, die im Schema 8) auf Seite 21 berechneten Ausdrücke:

Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2} C$.	Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2} C \cos\eta$.
x-Komp.: 0	x-Komp.: $-\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \cos\eta \sin\eta$
y- „ : $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \sin\varepsilon$	y- „ : $-\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \cos^2\eta \cos\varepsilon$
z- „ : $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \cos\varepsilon$	z- „ : $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \cos^2\eta \sin\varepsilon$.

8)

Zur Ermittlung der in Richtung TI_1 schwingenden $i_1{}^2$-Komponente, sowie der in Richtung TI_2 schwingenden $i_2{}^2$-Komponente des zweimal diffundierten Lichtes sind die in Schema 8 stehenden Amplituden auf die Richtung TI_1 bzw. TI_2 zu projizieren. Zur $i_1{}^2$-Komponente liefern nur die in Richtung der x- und z-Achse, zur $i_2{}^2$-Komponente nur die in Richtung der y-Achse schwingenden Anteile Beiträge. Der von der z-Achse und der Richtung TI_1 eingeschlossene Winkel ist gleich $h - \delta$, wenn T sich im Sonnenvertikal zwischen Zenit und Sonne, $\delta - h$, wenn sich T unterhalb der Sonne und $h + \delta$, wenn T sich in der der Sonne abgewandten Hälfte des Sonnenvertikals befindet.

Nach Ausführung der Projektionen erhält man folgendes Schema:

a) $i_1{}^2$-Komponente.

Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2} C$.	Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2} C \cos\eta$.
Von der	Von der
x-Komp.: 0	x-Komp.: $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \cos\eta \sin\eta \cdot \sin(h \mp \delta)$
y- „ : 0	y- „ : 0
z- „ : $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \cos\varepsilon \cdot \cos(h \mp \delta)$.	z- „ : $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \cos^2\eta \sin\varepsilon \cdot \cos(h \mp \delta)$.

b) $i_2{}^2$-Komponente. 37)

Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2} C$.	Amplitude $\frac{\pi}{r\lambda^2} C \cos\eta$.
Von der	Von der
x-Komp.: 0	x-Komp.: 0
y- „ : $+\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \sin\varepsilon$	y- „ : $-\frac{\pi}{r\varrho\lambda^4} BC \cos^2\eta \cos\varepsilon$
z- „ : 0.	z- „ : 0.

Berücksichtigt man wieder, daß die links und rechts stehenden Anteile unter sich kohärent sind, so findet man die Intensität des parallel TI_1 schwingenden zweimal diffundierten Lichtes proportional

$$(\cos^2\varepsilon + \cos^4\eta \sin^2\varepsilon) \cos^2(h \mp \delta) + \cos^2\eta \sin^2\eta \sin^2(h \mp \delta) \\ + \cos^3\eta \sin\eta \sin\varepsilon \sin(2(h \mp \delta)) \qquad 38\text{a})$$

und des parallel TI_2 schwingenden Lichtes proportional

$$\sin^2\varepsilon + \cos^4\eta \cos^2\varepsilon. \qquad 38\text{b})$$

Die in 38a), b) vorkommenden, im x-, y-, z-System geltenden Winkelgrößen η und ε lassen sich durch die im festen Koordinatensystem geltenden Winkelgrößen ψ und ζ unter Zuhilfenahme des Winkels δ ausdrücken.

Hierzu dienen folgende Hilfsgleichungen:

a) $\cos\eta = \cos\zeta \sin\delta + \sin\zeta \cos\delta \cos\psi$,
b) $\sin\eta \cos\varepsilon = \sin\psi \sin\zeta$,
c) $\sin\eta \sin\varepsilon = \cos\zeta \cos\delta - \sin\zeta \sin\delta \cos\psi$.

Gleichung a) bzw. c) stellt die Anwendung des Kosinussatzes im Dreieck $xT'z'$ bzw. in den Dreiecken $zT'z'$ und $T'Fz$, Gleichung b) die Anwendung des Sinussatzes im Dreieck $xT'z'$ dar.

Die einzelnen in 38a), b) stehenden, ε und η enthaltenden Ausdrücke lassen sich folgendermaßen umformen:

1) $\cos^2\varepsilon + \cos^4\eta \sin^2\varepsilon = \sin^2\eta \cos^2\varepsilon + \cos^2\eta \sin^2\eta \cos^2\varepsilon + \cos^4\eta$,
2) $\cos^2\eta \sin^2\eta = \cos^2\eta - \cos^4\eta$,
3) $\cos^3\eta \sin\eta \sin\varepsilon = \cos^3\eta \sin\eta \sin\varepsilon$,
4) $\sin^2\varepsilon + \cos^4\eta \cos^2\varepsilon = 1 - \sin^2\eta \cos^2\varepsilon - \sin^2\eta \cos^2\eta \cos^2\varepsilon$,

worauf sich die Ausdrücke a), b), c) ohne weiteres einsetzen lassen.

Multipliziert man noch 38a), b) mit $q'dv' = q'r^2 \sin\zeta\, dr\, d\zeta\, d\psi$, so erhält man als Intensitäten des zweimal diffundierten Lichtes:

$$i_1^2 = \frac{B^2\pi^2}{\varrho^2\lambda^4} [L\cos^2(h \mp \delta) + M\sin^2(h \mp \delta) + N\sin 2(h \mp \delta)]$$
$$i_2^2 = \frac{B^2\pi^2}{\varrho^2\lambda^4} Q. \qquad 39)$$

Hierin haben L, M, N, Q folgende Bedeutungen:

$$L = \frac{1}{\lambda^4}\int^r\int^\zeta\int^\psi C^2 q' [\sin^2\psi \sin^2\zeta + (\cos\zeta \sin\delta + \sin\zeta \cos\delta \cos\psi)^2 \sin^2\psi \sin^2\zeta \\ + (\cos\zeta \sin\delta + \sin\zeta \cos\delta \cos\psi)^4] \sin\zeta\, dr\, d\zeta\, d\psi.$$

$$M = \frac{1}{\lambda^4}\int^r\int^\zeta\int^\psi C^2 q' [(\cos\zeta \sin\delta + \sin\zeta \cos\delta \cos\psi)^2 - (\cos\zeta \sin\delta + \sin\zeta \cos\delta \cdot \\ \cos\psi)^4] \sin\zeta\, dr\, d\zeta\, d\psi.$$

$$N = \frac{1}{\lambda^4}\int^r\int^\zeta\int^\psi C^2 q' \,[(\cos\zeta \sin\delta + \sin\zeta \cos\delta \cos\psi)^3 (\cos\zeta \cos\delta - \sin\zeta \sin\delta \cdot \cos\psi)] \sin\zeta \, dr\, d\zeta\, d\psi.$$

$$Q = \frac{1}{\lambda^4}\int^r\int^\zeta\int^\psi C^2 q' \,[1 - \sin^2\psi \sin^2\zeta - (\cos\zeta \sin\delta + \sin\zeta \cos\delta \cos\psi)^2 \sin^2\psi \cdot \sin^2\zeta] \sin\zeta \, dr\, d\zeta\, d\psi. \qquad 40)$$

Beschränken wir uns wiederum auf den Fall, daß ϱ klein ist, so erhalten wir nach Integration über ψ von $\psi = 0$ bis $\psi = 2\pi$:

$$L = \frac{\pi}{\lambda^4}\int^r\int^\zeta C^2 q' \,[2 \sin^4\delta \sin\zeta + (1 + 7 \sin^2\delta - 10 \sin^4\delta) \sin^3\zeta + (1 - 8\tfrac{3}{4} \sin^2\delta + 8\tfrac{3}{4} \sin^4\delta) \sin^5\zeta]\, dr\, d\zeta.$$

$$M = \frac{\pi}{\lambda^4}\int^r\int^\zeta C^2 q' \,[(2 \sin^2\delta - 2 \sin^4\delta) \sin\zeta + (1 - 9 \sin^2\delta + 10 \sin^4\delta) \sin^3\zeta - \left(\frac{3}{4} - 7\tfrac{1}{2} \sin^2\delta + 8\tfrac{3}{4} \sin^4\delta\right) \sin^5\zeta]\, dr\, d\zeta.$$

$$N = \frac{\pi}{\lambda^4}\int^r\int^\zeta C^2 q' \,[2 \sin^3\delta \cos\delta \sin\zeta + (3 \cos^3\delta \sin\delta - 7 \sin^3\delta \cos\delta) \sin^3\zeta + (5 \sin^3\delta \cos\delta - 3\tfrac{3}{4} \cos^3\delta \sin\delta) \sin^5\zeta]\, dr\, d\zeta.$$

$$Q = \frac{\pi}{\lambda^4}\int^r\int^\zeta C^2 q' \,[2 \sin\zeta - (1 + \sin^2\delta) \sin^3\zeta + \left(1\tfrac{1}{4} \sin^2\delta - \frac{1}{4}\right) \sin^5\zeta]\, dr\, d\zeta. \qquad 41)$$

Wählen wir analog Früherem ϱ sehr klein, so dürfen

$$\int^r\int^\zeta C^2 q' \sin\zeta\, dr\, d\zeta, \quad \int^r\int^\zeta C^2 q' \sin^3\zeta\, dr\, d\zeta, \quad \int^r\int^\zeta C^2 q' \sin^5\zeta\, dr\, d\zeta$$

als Konstante betrachtet werden und sind nach dem auf Seite 29—30 angeführten Verfahren auszuwerten. Bei Benutzung von 29) erhält man folgende Werte für L, M, N, Q:

$$L = \frac{1}{\pi^2}(0.50155 - 0.29986 \sin^2\delta + 0.10992 \sin^4\delta).$$

$$M = \frac{1}{\pi^2}(0.07814 + 0.06708 \sin^2\delta - 0.10992 \sin^4\delta). \qquad 42)$$

$$N = -\frac{1}{\pi^2}(0.01859 \sin^3\delta \cos\delta + 0.12851 \cos^3\delta \sin\delta).$$

$$Q = \frac{1}{\pi^2}(0.26877 + 0.04284 \sin^2\delta).$$

Addiert man noch die Intensitäten der durch einmalige und zweimalige Diffusion hervorgerufenen Strahlung, so entstehen die Gleichungen:

$$i_1 = i_1^1 + i_1^2 = \frac{B^2}{\varrho^2\lambda^4}[(1 + L\pi^2) \cos^2(h \mp \delta) + M\pi^2 \sin^2(h \mp \delta) + N\pi^2 \sin[2(h \mp \delta)]], \qquad 43)$$

$$i_2 = i_2^1 + i_2^2 = \frac{B^2}{\varrho^2\lambda^4}[1 + Q\pi^2],$$

worin L, M, N, Q die Bedeutung 42) haben.

1. Die neutralen Punkte einer Halbkugelschale von kleinem Radius bei variabler Sonnenhöhe.

Wir setzen in 43) $i_1 = i_2$ und erhalten:

$$\cos^2(h \mp \delta) = \frac{2N^2\pi^4 + [1+(L-M)\pi^2][1+(Q-M)\pi^2] \pm 2N\pi^2\sqrt{N^2\pi^4 + [1+(Q-M)\pi^2][L-Q]\pi^2}}{[1+(L-M)\pi^2]^2 + 4N^2\pi^4} \qquad 44)$$

Hierin gibt $h \mp \delta$ unmittelbar den Abstand der neutralen Punkte von der Sonne bzw. dem Gegenpunkt der Sonne an.

Ist $N = 0$, so liefert 44) nur eine Lösung. Dies geschieht, wenn $\delta = 0$ bzw. $= \frac{\pi}{2}$ ist. Im ersten Falle geht Gleichung 44) in Gleichung 34) über und wir erhalten bei Benutzung von 42) $h = 23° 51'$. Im zweiten Falle ist $h = \frac{\pi}{2}$, so daß die neutralen Punkte mit der im Zenit stehenden Sonne zusammenfallen.

Bei Einführung der Werte 42) in 44) erhält man für verschiedene Sonnenhöhen folgende Werte für die Abstände der neutralen Punkte:

Tabelle 4.

δ	Babinetscher Punkt	Aragoscher Punkt	Brewsterscher Punkt
0°	23 51′	23 51′	—
2°	„ 39′	24 1′	—
4°	„ 25′	„ 8′	—
6	„ 9′	„ 13′	—
8	22 51′	„ 16′	—
10	„ 32′	„ 16′	—
12°	„ 10′	„ 14′	—
14°	21 48′	„ 8′	
16°	„ 24′	24° 0′	
18	20° 58′	23° 49′	
20°	„ 30′	„ 35′	
22°	„ 2′	23° 18′	—
24°	19° 33′	—	22° 59′
26°	„ 2′	—	„ 36′
28°	18° 31′	—	„ 11′
30°	17° 59′	—	21° 42′
35°	16° 36′	—	20° 20′
40°	15° 9′	—	18° 43′
45	13° 39′	—	16° 54′
50°	12° 8′	—	14° 56′

Abstände der neutralen Punkte von der Sonne bzw. dem Gegenpunkt der Sonne bei variabler Sonnenhöhe.

Die aus 44) hervorgehenden Werte für die Abstände der neutralen Punkte lassen nicht ohne weiteres erkennen, welchen neutralen Punkten sie entsprechen. Führt man jedoch umgekehrt die für h und δ gefundenen Werte in 43) ein, so wird man die Bedingung $i_1 = i_2$ nur dann erfüllt finden, wenn man die Vorzeichen in richtiger Weise berücksichtigt. Aus den Vorzeichen ergibt sich aber, welchem Teile des Sonnenvertikals die neutralen Punkte angehören.

Die Rechnung zeigt, daß drei neutrale Punkte vorhanden sind, welche dem Babinetschen, Aragoschen und Brewsterschen Punkt entsprechen. Der Aragosche Punkt geht in dem Augenblick auf, wo der Brewstersche Punkt untergeht und umgekehrt, so daß gleichzeitig nur 2 Punkte sichtbar sein können, von denen der eine stets der Babinetsche ist.

Bezüglich der Wanderung der Punkte mit der Sonnenhöhe entnimmt man der Tabelle folgendes.

Der Babinetsche Punkt vergrößert mit sinkender Sonne seinen Abstand von dieser. Den größten Abstand erreicht er, soweit sich hier seine Wanderung mit der Sonnenhöhe verfolgen läßt[1], bei Sonnenuntergang.

Der Brewstersche Punkt hat stets einen größeren Abstand von der Sonne als der Babinetsche Punkt. Er vergrößert ihn ebenfalls mit sinkender Sonne und erreicht den größten Abstand bei seinem Untergang.

Der Aragosche Punkt vergrößert zunächst ebenfalls seinen Abstand vom antisolaren Punkt bei sinkender Sonne, erreicht nun aber bei einer Sonnenhöhe zwischen 8° und 10° sein Maximum, um von da an seinen Abstand bis zum Sonnenuntergang wieder zu verkleinern.

Die theoretische Wanderung der neutralen Punkte einer den Beobachter nahe umgebenden Halbkugelschale entspricht demnach vollkommen der an der Gesamtatmosphäre beobachteten. Die Wanderung erfolgt nicht nur in der beobachteten Richtung, sondern auch die Phasen der Wanderung sind beim Babinetschen Punkt stärker ausgeprägt als beim Aragoschen Punkt.

2. Die Polarisationsgröße im Zenit einer Halbkugelschale von kleinem Radius bei variabler Sonnenhöhe.

Setzt man in 43) $h = \frac{\pi}{2}$ und bildet den Ausdruck

$$P = \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2},$$

so erhält man

$$P = \frac{[1 + (L - M)\,x^2]\sin^2\delta - [1 + (Q - M)\,x^2] + N x^2 \sin(2\delta)}{[1 + (L - M)\,x^2]\sin^2\delta + [1 + (Q + M)\,x^2] + N x^2 \sin(2\delta)}. \qquad 45)$$

[1]) Es kommen nur positive Sonnenhöhen in Betracht.

Folgende Tabelle enthält einige nach 45) mit Benutzung von 42) berechnete Polarisationsgrößen des Zenits. Sie sind in Figur 14 als Funktion von δ dargestellt.

Tabelle 5.

δ	P	δ	P
0°	0.884	20°	0.650
2°	0.881	22°	0.613
4°	0.872	24	0.576
6°	0.858	26	0.540
8	0.838	28°	0.504
10°	0.814	30°	0.469
12°	0.786	35°	0.388
14°	0.755	40°	0.316
16°	0.722	45°	0.253
18°	0.686	50	0.199

Polarisationsgröße im Zenit einer Halbkugelschale von kleinem Radius in Abhängigkeit von der Sonnenhöhe.

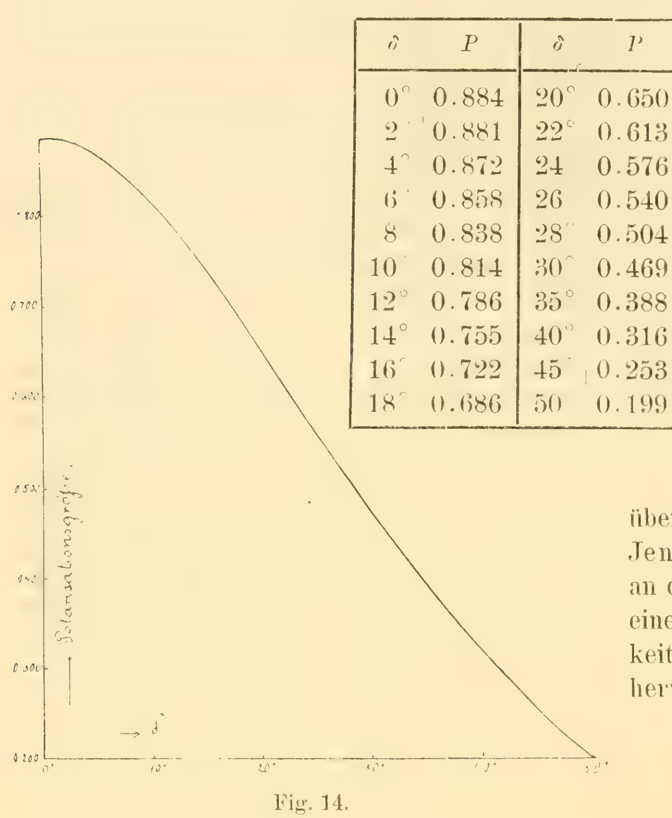


Fig. 14.

Aus Figur 14 geht übereinstimmend mit den Jensen schen Messungen[1]) an der Gesamtatmosphäre eine fast lineare Abhängigkeit von der Sonnenhöhe hervor.

3. Die Lage des Polarisationsmaximums im Sonnenvertikal für eine Halbkugelschale von kleinem Radius.

Die Bedingung

$$\frac{\partial\left(\frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2}\right)}{\partial h} = 0,$$

worin i_1 und i_2 die Bedeutungen 43) haben, ist erfüllt, falls

a) $Q\pi^2 = -1$ oder

b) $\operatorname{tang}\,[2(h \mp \delta)] = \dfrac{2N\pi^2}{1 + (L - M)\pi^2}$ ist;

[1]) Chr. Jensen, Beiträge zur Photometrie des Himmels, Diss., Kiel; ferner Schr. d. Naturw. Ver. f. Schlesw.-Holst. Bd. 11, Hft. 2; Met. Zs. 16 (1899), p. 447—456; 488—499; Jahrb. f. Photogr. u. Reproduktionstechn. 1912.

b) gibt über die Lage des Polarisationsmaximums im Sonnenvertikal Auskunft.

Für $N = 0$, d. h. für $\delta = 0$ bzw. $\delta = \frac{\pi}{2}$ ist das Polarisationsmaximum genau um 90° von der Sonne entfernt.

Für andere Sonnenhöhen wurde die Lage des Maximums mit Hilfe von 42) berechnet. Die Werte für das Maximum der positiven Polarisation sind in Tabelle 6 eingeordnet.

Die Rechnung ergibt, daß das Maximum der positiven Polarisation sich stets in der Nähe von 90° Sonnenabstand befindet. Bei steigender Sonne verringert das Polarisationsmaximum in geringem Maße seinen Abstand von der Sonne, erreicht zwischen $\delta = 30°$ und $\delta = 35°$ seinen minimalen Wert, um von dort an seinen Abstand wieder bis auf 90° zu vergrößern.

Tabelle 6.

δ	Abstand des Polarisationsmaximums von der Sonne	δ	Abstand des Polarisationsmaximums von der Sonne
0	90° 0′	20°	88° 28′
2	89° 49′	22°	„ 22′
4	„ 38′	24	„ 17′
6°	„ 28′	26°	„ 13′
8	„ 18′	28	„ 10′
10	„ 8′	30	„ 8′
12	88 59′	35	„ 8′
14	„ 50′	40	„ 13′
16	„ 42′	45	„ 22′
18°	„ 34′	50°	„ 36′

Messungen an der Gesamtatmosphäre lassen nicht mit Sicherheit eine Wanderung des Polarisationsmaximums zur Sonne mit zunehmender Sonnenhöhe erkennen. Nach Brewsterschen[1]) Messungen beträgt zwar der mittlere Abstand des Maximums von der Sonne 89°, das Mittel aus den Rubensonschen[2]) Messungen ist dagegen 90° 2ʹ.2. Beide Forscher kamen auf Grund ihrer Beobachtungen zu dem Schluß, daß 90° Sonnenabstand die normale Lage des Maximums sei, ohne die Frage zu entscheiden, ob die beobachteten Schwankungen des Abstandes wirkliche oder vorgetäuschte seien.

[1]) Brewster, Phil. Mag. 1865, 4. sér., t. 30, p. 173.

[2]) Rubenson, Mémoire sur la polarisation de la lumière atmosphérique, Upsala 1864.

D.

Die Polarisation des bewölkten Himmels.

Bekanntlich zeigt auch der vollständig bewölkte Himmel Polarisationserscheinungen. Soret[1]) und Busch[2]) geben übereinstimmend an, daß das von der Zenitgegend ausgehende Licht neutral sei, während die Horizontgegenden positiv polarisiert erscheinen.

Die Entstehung dieser Polarisation läßt sich, wie im folgenden gezeigt werden soll, mit der Lichtverteilung am bewölkten Himmel in Zusammenhang bringen.

Während bei klarem Himmel eine Zunahme der Helligkeit vom Zenit nach dem Horizont hin stattfindet, kehren sich die Verhältnisse bei bewölktem Himmel um[3]). Das letztere ist allerdings nur für einen Punkt an der Erdoberfläche durch Messung festgestellt worden, doch wird man kaum fehlgehen, wenn man dasselbe für jeden Beobachtungspunkt zwischen Wolkendecke und Erdoberfläche annimmt, wofern die Wolkendecke nur dicht genug und vollständig zusammenhängend ist. Das von den Wolken direkt ausgehende Licht darf als neutral angesehen werden.

Man betrachte die Partikel T in der Höhe h und der Entfernung ϱ von dem an der Erdoberfläche befindlichen Beobachter O. Die Beleuchtung, welche T von seiten des Himmels erfährt, ist die gleiche, als wenn T von einer leuchtenden Halbkugelfläche umgeben wäre, welche bei dem Radius 1 eine entsprechende Verteilung der Flächenhelligkeit aufweist.

Wir fixieren ein Flächenelement $dF = \sin\zeta \, d\zeta \, d\psi$ dieser Halbkugelfläche. Die Lichtmenge, die dF nach T sendet, ist $I_\zeta \cdot dF$, wenn I_ζ die Flächenhelligkeit (abhängig von ζ) bedeutet. Von dem Einfluß der Erdkrümmung werde auch in diesem Falle abgesehen.

Figur 15. Den von dF nach T gelangenden natürlichen Lichtstrahl zerlege man wieder in zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlen, von denen der eine parallel TA innerhalb der Ebene $CZAD$, der andere in der Horizontalebene parallel TB schwingt. Zur Berechnung der parallel TI_1 schwingenden Vertikalkomponente sind TA und TB auf TI_1 zu projizieren. Hierzu dienen die Formeln

$$\cos I_1 TA = \sin\zeta \cos h + \cos\zeta \sin h \cos\psi.$$
$$\cos I_1 TB = -\sin h \sin\psi.$$

[1]) Soret, Ann. d. chem. et d. phys. 6. sér., vol. 14, 1888, p. 534.

[2]) Busch, Tats. u. Theor. p. 215.

[3]) Schramm, Über die Verteilung des Lichtes in der Atmosphäre. Diss., Kiel, 1901.

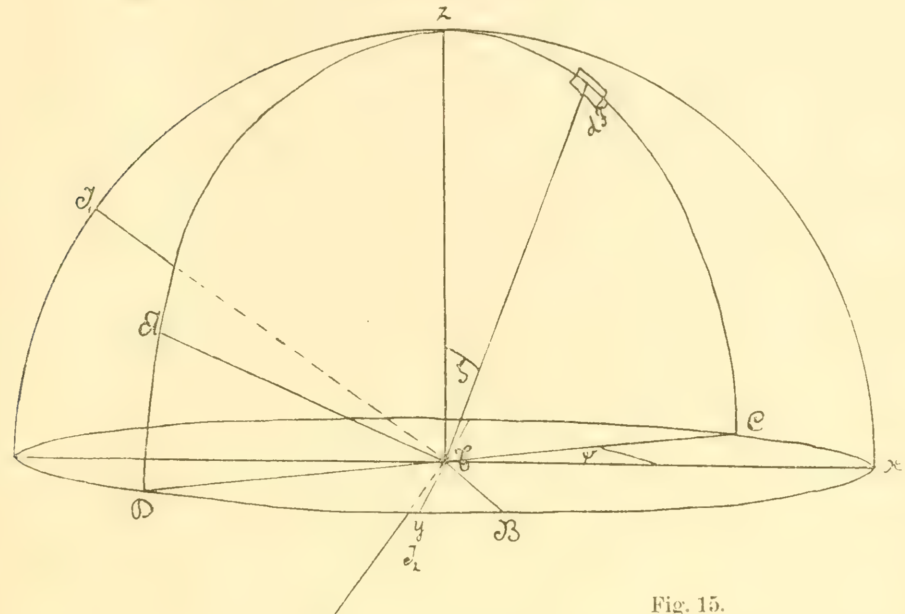


Fig. 15.

Die Horizontalkomponente gewinnt man durch Anwendung folgender Formeln:

$$\cos I_2\, TA = \cos\zeta \sin\psi.$$
$$\cos I_2\, TB = \cos\psi.$$

Die Intensitäten des vertikal bzw. horizontal schwingenden von T einmal diffundierten Lichtes sind dann:

$$i_1 = \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} \int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int\limits_{\psi=0}^{2\pi} (\sin\zeta \cos h + \cos\zeta \sin h \cos\psi)^2 + \sin^2 h \sin^2\psi] \sin\zeta \cdot I_\zeta \, d\zeta \, d\psi.$$

$$i_2 = \frac{B^2}{\varrho^2 \lambda^4} \int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int\limits_{\psi=0}^{2\pi} [\cos^2\zeta \sin^2\psi + \cos^2\psi] \sin\zeta \cdot I_\zeta \, d\zeta \, d\psi. \qquad 46)$$

Nach Integration über ψ geht 46) über in

$$i_1 = \frac{B^2 \pi}{\varrho^2 \lambda^4} \int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} [2 \sin^3\zeta + (2 \sin\zeta - 3 \sin^3\zeta) \sin^2 h] \, I_\zeta \cdot d\zeta.$$

$$i_2 = \frac{B^2 \pi}{\varrho^2 \lambda^4} \int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} [2 \sin\zeta - \sin^3\zeta] \, I_\zeta \cdot d\zeta. \qquad 47)$$

Für $h = \frac{\pi}{2}$ ist, gleichgültig wie I_ζ sich verhalten mag, $i_1 = i_2$. Ein in der Zenitrichtung gelegenes T erscheint demnach unpolarisiert.

Für $h = 0$ geht 47) über in

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{B^2 \pi}{\varrho^2 \lambda^4} \int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^3 \zeta \cdot I_\zeta \, d\,\zeta. \\ i_2 &= \frac{B^2 \pi}{\varrho^2 \lambda^4} \int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin \zeta - \sin^3 \zeta)\, I_\zeta \cdot d\zeta. \end{aligned} \tag{48}$$

Die Kurven $2 \sin^3 \zeta = \varphi_1 (\zeta)$ und $2 \sin \zeta - \sin^3 \zeta = \varphi_2 (\zeta)$ schneiden sich im Intervalle $\zeta = 0$ bis $\zeta = \frac{\pi}{2}$. Im Schnittpunkte sei $\zeta = \alpha$. Es ist dann $\varphi_1 (\zeta) \gtrless \varphi_2 (\zeta)$, je nachdem $0 < \zeta < \alpha$ oder $\alpha < \zeta < \frac{\pi}{2}$ ist.

Aus

$$\int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} \varphi_1 (\zeta)\, d\,\zeta = \int\limits_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} \varphi_2 (\zeta)\, d\,\zeta$$

erhält man

$$\int\limits_{\zeta=0}^{\alpha} [\varphi_2 (\zeta) - \varphi_1 (\zeta)]\, d\,\zeta = \int\limits_{\zeta=\alpha}^{\frac{\pi}{2}} [\varphi_1 (\zeta) - \varphi_2 (\zeta)]\, d\,\zeta$$

oder, wenn man in Summanden auflöst,

$$\sum_{\zeta=0}^{\alpha} [\varphi_2 (\zeta') - \varphi_1 (\zeta')]\, \Delta\zeta = \sum_{\zeta=\alpha+\Delta\zeta}^{\frac{\pi}{2}} [\varphi_1 (\zeta') - \varphi_2 (\zeta')]\, \Delta\zeta.$$

Die links und rechts unter dem Summenzeichen stehenden Differenzen sind positiv. Multipliziert man daher jeden Summanden mit I_ζ, so ergibt sich, da I_ζ für jedes $0 < \zeta < \alpha$ größer ist als für jedes $\alpha < \zeta < \frac{\pi}{2}$,

$$\sum_{\zeta=0}^{\alpha} [\varphi_2 (\zeta') - \varphi_1 (\zeta')]\, I_{\zeta'} \cdot \Delta\zeta > \sum_{\zeta=\alpha+\Delta\zeta}^{\frac{\pi}{2}} [\varphi_1 (\zeta') - \varphi_2 (\zeta')]\, I_{\zeta'}\, \Delta\zeta.$$

Geht man wieder zu den Integralen über, erhält man

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} q_2(\zeta)\, I_\zeta\, d\zeta > \int_0^{\frac{\pi}{2}} q_1(\zeta) \cdot I_\zeta\, d\zeta.$$

Daraus aber folgt $i_2 > i_1$.

Ein in horizontaler Richtung gelegenes T sendet daher infolge einmaliger Diffusion vertikal polarisiertes Licht zum Beobachter. Die Horizontgegenden werden also bei völlig bedecktem Himmel positiv polarisiert erscheinen.

Würde umgekehrt I_ζ mit wachsendem ζ zunehmen, so würden, nach demselben Verfahren zu schließen, die Horizontgegenden eine negative Polarisation aufweisen. Ein so beschaffener Himmel hätte mit dem unbewölkten Himmel Lichtverteilung und Horizontpolarisation gemeinsam. Man wird daher die bei teilweise bewölktem Himmel vorhandene Polarisation mit der Helligkeitsverteilung am Himmel in Zusammenhang bringen können. Ist die Zenitgegend dunkler als die Horizontgegend, so wird man negative Polarisation in der Nähe der Sonne bzw. Gegensonne erwarten dürfen, dagegen positive, wenn das Helligkeitsverhältnis ein umgekehrtes sein sollte.

Hiermit wäre in Einklang zu bringen, daß eine dunkle (!) Wolke[1]) von einiger Ausdehnung (!), die im Sonnenvertikal innerhalb des Gebietes der negativen Polarisation, also zwischen den neutralen Punkten von Babinet und Brewster oder zwischen dem Aragoschen Punkt und dem Horizont liegt, positive, zum Horizont senkrechte Polarisation zeigt, da das Verhältnis $\frac{\text{Zenithelligkeit}}{\text{Helligkeit der Wolke}} > 1$ ist. Die freien Himmelsstellen oberhalb und unterhalb der Sonne könnten dabei negativ polarisiert sein, wie denn überhaupt die Wolkenlücken in erster Linie die Polarisation des unbewölkten Himmels aufweisen werden. Eine gegenseitige Beeinflussung der verschiedenartigen Himmelspartien ist aber ohne Zweifel vorhanden, da sonst das Herausrücken der neutralen Punkte aus dem Sonnenvertikal bei einseitiger Bewölkung des Himmels nicht zu erklären wäre.

Nimmt die Ausdehnung des Gewölkes zu, so daß die Sonne und die neutralen Punkte ganz verdeckt werden, so ist es um so mehr verständlich, daß im ganzen Sonnenvertikal positive Polarisation vorliegt, selbst wenn die Zenitgegend wolkenlos sein sollte, da alsdann um so eher $\frac{\text{Zenithelligkeit}}{\text{Horizonthelligkeit}} > 1$ wäre.

[1]) Wir zitieren hier und im folgenden Busch. Siehe Busch-Jensen, Tats. u. Theor. p. 214—215; Pernter-Exner, Meteor. Opt. IV. Abschn., p. 645.

Eine dünne Wolkendecke dagegen oder eine Decke von Cirrostratus solange sie die Sonne noch erkennen läßt (!) oder auch eine Schicht von Cirrostratus in der Umgebung der Sonne (!) — also lauter helle Wolkenpartien — dehnen das Gebiet der negativen Polarisation ganz erheblich aus. Auch diese Erscheinung scheint im Einklang mit dem Obigen zu stehen, da die hier vorhandene Bewölkung für ein Helligkeitsverhältnis $\frac{Z}{H} < 1$ spricht. Ferner wird es verständlich sein, daß, wenn die Cirrusdecke in eine gleichmäßig graue, nicht zu dicke Wolkenschicht übergeht, die negative Polarisation in der Nähe der Sonne verschwindet und der ganze Sonnenvertikal positive Polarisation zeigt, sobald die Sonne verdeckt ist.

III. Schlußbetrachtungen.

In den früheren Ausführungen erfolgte eine numerische Bestimmung der Größen l, m, n bzw. der in L, M, N, Q vorkommenden Konstanten unter Ausschaltung eines Teiles der Rechnung durch Einführung von Erfahrungsgrößen.

Wir können indessen zeigen, daß die so gefundenen Polarisationseigenschaften einer Halbkugelschale von kleinem Radius in den allgemeinen Zügen ihres Verlaufes nicht von dieser besonderen Art der Bestimmung von l, m, n bzw. L, M, N, Q abhängen. Das obige Verfahren wurde deswegen eingeschlagen, weil es den Vorteil für sich hat, die Konstanten roh bestimmen zu können, ohne einer neuen Hypothese betreffs der Variabilität von $C^2 q'$ innerhalb der Atmosphäre zu bedürfen; man erhält so ein spezielles Beispiel, an dem sich die in den Schlußgleichungen ausgedrückten Eigenschaften demonstrieren lassen.

Soweit der Teil C. a in Betracht kommt, wird man erkennen, daß die Schlußgleichungen solange dieselben allgemeinen Eigenschaften besitzen, als die Bedingung $n > m > l$ besteht und diese Größen endlich und positiv sind. Diese Bedingungen sind aber erfüllt, sobald man annimmt, daß der Faktor $C^2 q'$ mit der Erhebung über dem Erdboden abnimmt. In diesem Falle bestehen nämlich, wie auf Seite 22 bis 25 behandelt wurde, die Ungleichungen:

$$\left[\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_3(\zeta)\, d\zeta\right]_{r=r'} > \left[\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_2(\zeta)\, d\zeta\right]_{r=r'} > \left[\int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_1(\zeta)\, d\zeta\right]_{r=r'}.$$

Folglich ist auch

$$n = \frac{\pi}{\lambda^4} \int_{r=0}^{R} \int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_3(\zeta)\, d\zeta\, dr > m = \frac{\pi}{\lambda^4} \int_{r=0}^{R} \int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_2(\zeta)\, d\zeta\, dr$$

$$> l = \frac{\pi}{\lambda^4} \int_{r=0}^{R} \int_{\zeta=0}^{\frac{\pi}{2}} C^2 q' f_1(\zeta)\, d\zeta\, dr,$$

worin R die größtmöglichste Entfernung eines lichtdiffundierenden Teilchens T' von T bedeutet. Ferner überzeugt man sich aus der geometrischen Deutung der Integrale leicht, daß l, m, n positive, endliche Größen sind.

Was die Übereinstimmung in den Polarisationserscheinungen einer einzelnen den Beobachter nahe umgebenden Halbkugelschale und der Gesamtatmosphäre betrifft, so wurde schon im Abschnitt B gezeigt, daß auch Halbkugelschalen von größerem ϱ, solange sich die Erdkrümmung vernachlässigen läßt, Übereinstimmungen in qualitativer Hinsicht mit der Gesamtatmosphäre aufweisen müssen, insofern als in den Hauptrichtungen gleichartige Polarisation besteht, woraus sich die Existenz von neutralen Punkten im Sonnenvertikal ableiten läßt. Man wird dadurch auf die Vermutung geführt, daß die Polarisationserscheinungen der Gesamtatmosphäre durch die Überlagerung gleichartiger Erscheinungen an einer Reihe von Halbkugelschalen entstehen.

Für die praktische Verfolgung der Polarisationserscheinungen des Himmels ist es von Wichtigkeit, daß die für eine Halbkugelschale von kleinem Radius aufgestellten Gleichungen auch auf die Gesamtatmosphäre als Interpolationsformeln Anwendung finden können. Die Größen l, m, n lassen sich, wie gezeigt werden soll, als Konstante beibehalten.

Setzt man nämlich in den Ausdruck $P = \frac{i_2 - i_1}{i_2 + i_1}$ die Werte 32) ein
0
und setzt gleichzeitig $\varphi = \frac{\pi}{2}$ und $\vartheta = 0$, so erhält man als Polarisationsgröße im Sonnenvertikal:

$$P = -\frac{l\pi^2 \sin^2 h + (1 + n\pi^2)\cos^2 h - (1 + m\pi^2)}{l\pi^2 \sin^2 h + (1 + n\pi^2)\cos^2 h + (1 + m\pi^2)}. \qquad 49)$$

49) geht in die Hurionsche Formel

$$P = \frac{s \sin^2 h - t \cos^2 h}{2 - (s \sin^2 h - t \cos^2 h)} \text{ [1]}$$

über, sobald man

$$s = \frac{1 + m\pi^2 - l\pi^2}{1 + m\pi^2}, \quad t = \frac{n\pi^2 - m\pi^2}{1 + m\pi^2} \text{ setzt.}$$

[1] Hurion. Ann. d. chim. et d. phys. 7. sér., vol. 7, 1896, p. 483.

Die Hurionsche Formel, in denen s und t Konstante sind, stimmte überraschend gut mit den Beobachtungen überein.

In analoger Weise läßt sich die aus 33) hervorgehende Gleichung der Buschschen Lemniskate[1]) auf die Form bringen

$$\sin h = \sqrt{\frac{p + \sin^2\varphi}{p + \cos^2\varphi}} \quad \text{oder} \quad \sin\varphi = \sqrt{\frac{\sin^2 h - p\cos^2 h}{1 + \sin^2 h}}, \tag{50}$$

worin $p = \frac{t}{s}$ ist.

In folgender Tabelle sind die von Mentzel[2]) für einzelne Punkte der Buschschen Lemniskate im Jahre 1912 gefundenen Durchschnittswerte für die Azimute und den dazugehörigen Höhen zusammengestellt mit denjenigen, die aus 50) hervorgehen, wenn man $p = 0.098$ setzt.

Tabelle 7.

		$h = 30$	40	50°	60°	70
beobachtet	a	21°6	27°9	34°1	38°7	41°8
	d	22.3	28.4	34.5	38.9	42.4
	b	24.8	32.0	37.5	41.6	44.4
	c	24.0	32.1	37.8	41.3	43.7
	$\frac{a+b+c+d}{4}$	23°2	30°1	36°0	40°1	43°1
	berechnet	22°1	30°1	35°9	40°1	42°9

Azimute φ für die dazu gehörigen Höhen h.

a bedeutet den Quadranten rechts, d links von der Sonne; b links, c rechts vom Gegenpunkt der Sonne.

Man erkennt, daß die vorstehende Formel die tatsächlich vorhandenen Verhältnisse sehr gut wiedergibt.

Die Möglichkeit, die Schlußgleichungen auf die Gesamtatmosphäre anwenden zu können, gibt ferner ein Mittel an die Hand, andere mit der Himmelspolarisation in Verbindung stehende Erscheinungen einer Untersuchung zu unterziehen. Zu diesen gehören die von Jensen[3]) beobachteten Umkehrzonen auf dem Wasser.

Richtet man an einem wolkenlosen Tage ein Savartsches Polariskop auf eine Wasseroberfläche, so beobachtet man, falls man senkrecht zu den Sonnenstrahlen visiert, bei vertikal gehaltenen Streifen eine Streifenunterbrechung von der Art, daß der schwarze Mittelstreifen vom Fuße des Beobachters bis zur Unterbrechungsstelle auf dem Wasser, der weiße von der Unterbrechungsstelle bis zum Horizont und darüber hinaus ver-

[1]) Man setze in 33) $\vartheta = 0$.

[2]) Mentzel, Deutsch. Meteor. Jahrbuch für 1912, Bremen, p. 83—87.

[3]) Chr. Jensen, Tatsach. u. Theorien p. 239—243.

läuft. Wendet man sich von dieser Stellung aus dem Sonnenvertikal zu, so nähert sich die Unterbrechungsstelle dem Horizont. Im Sonnenvertikal liegt sie am Horizont selbst.

Die Entstehung dieses Phänomens ist auf die Reflexion des Himmelslichtes an der Wasseroberfläche zurückzuführen.

Jeder Lichtstrahl wird bekanntlich durch Reflexion im allgemeinen in seinem Polarisationszustand geändert. Ist die reflektierende Trennungsfläche der beiden Medien eine Ebene, so gelten die von Fresnel aufgestellten Formeln

$$i_1^r = i_1 \frac{tg^2(\alpha - \beta)}{tg^2(\alpha + \beta)},$$

$$i_2^r = i_2 \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)}.$$

Im Savartschen Polariskop tritt bei vertikal gehaltenen Interferenzfransen Streifenunterbrechung ein, falls die Polarisationsebene mit der Vertikalebene den Winkel $\frac{\pi}{4}$ einschließt. Wie aus der Anmerkung auf S. 17 hervorgeht ist dazu nötig, daß die in der Vertikalebene schwingende Komponente gleich der horizontalen wird. Das Zustandekommen der Umkehrzone auf dem Wasser ist demnach an die Bedingung $i_1^r = i_2^r$ geknüpft. Nach 51) ist diese Gleichung identisch mit

$$i_1 (A - B) = i_2 (A + B),$$

worin

$$A = \cos^2\alpha \cos^2\beta + \sin^2\alpha \sin^2\beta$$
$$B = 2 \sin\alpha \cos\alpha \sin\beta \cos\beta \text{ sind.}$$

Der Winkel α läßt sich durch $\frac{\pi}{2} - h$ ersetzen, wenn h die Höhe der im Wasser gespiegelten Himmelsstelle ist. β ist durch den Brechungsindex ν und durch h mit Hilfe des Snelliusschen Brechungsgesetzes ausdrückbar. Es ist

$$\sin\beta = \frac{1}{\nu} \cos h, \quad \cos\beta = \frac{1}{\nu} \sqrt{\nu^2 - \cos^2 h}.$$

Diese Werte in die Gleichungen für A und B eingesetzt, ergibt

$$A = \frac{1}{\nu^2} (1 + (\nu^2 - 3) \sin^2 h + 2 \sin^4 h)$$
$$B = \frac{2}{\nu^2} \sin h \cos^2 h \sqrt{\nu^2 - \cos^2 h}. \tag{52}$$

Nehmen wir an, daß bei geeigneter Wahl von l, m, n 32) den Polarisationszustand des Himmelslichtes in genügender Weise auszudrücken vermag,

und setzen wir die aus 32) für $\vartheta = 0$ hervorgehenden Werte ein, so erhalten wir als Gleichung der Umkehrzone:

$$\sin^2\varphi = \frac{A + B - r(A - B) + (s + t)(A - B)\sin^2 h}{s[A + B + (A - B)\sin^2 h]}. \tag{53}$$

Hierin haben r, s, t die Bedeutungen:

$$r = \frac{1 + n\pi^2}{1 + m\pi^2}, \quad s = \frac{1 + m\pi^2 - l\pi^2}{1 + m\pi^2}, \quad t = \frac{n\pi^2 - m\pi^2}{1 + m\pi^2}. \tag{54}$$

Die Umkehrzone ist unter Benutzung folgender Werte für r, s, t berechnet worden:

$$r = 1.183, \quad s = 0.938, \quad t = 0.183\,[1]).$$

Der Brechungsindex wurde zu 1.336 [2]) angenommen.

Tabelle 8.

Tiefen h der Umkehrzone mit den dazugehörigen Azimuten φ:

h	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
φ	22.8	41.2	54.8	67.0	75.2	—	—	—

h	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°
φ	—	73.2	64.4	58.9	53.0	49.5	47.3	45.9	45.2

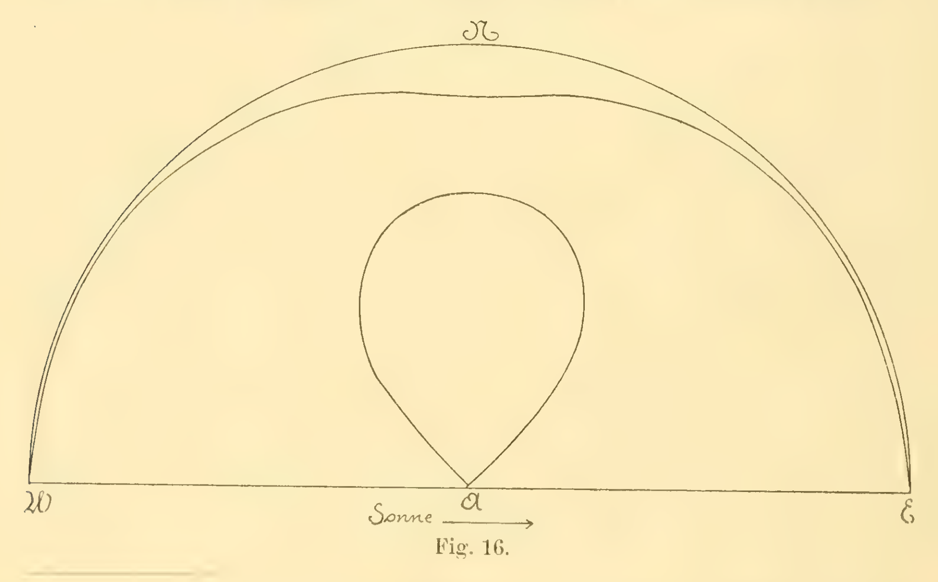


Fig. 16.

[1]) Diese Werte werden erhalten, wenn man in 54) für l, m, n die Werte 30) einsetzt.

[2]) 1.336 ist der Brechungsindex einer 1.77 % Salzwasserlösung entsprechend dem Ostseewasser bei Kiel.

Die Formel 53) weicht insofern von den Beobachtungsbedingungen ab, als sie für eine vollkommen ebene Wasseroberfläche gilt, während eine Wasseroberfläche in Wirklichkeit stets mehr oder weniger unruhig sein wird.

Nach Tabelle 8 wurde die Umkehrzone gezeichnet. In Figur 16 erscheint der an der Wasseroberfläche gespiegelte Himmel mit der Umkehrzone auf die Horizontalebene projiziert. Der Beobachter befindet sich in *A*. Die nahe am Horizont verlaufende Kurve entspricht, wie man sich auch an der Hand des im Anhang enthaltenen Beobachtungsmaterials überzeugen kann, der Beobachtung. Die an den Beobachter in *A* heranreichende Schleife wurde erst nachträglich auf Grund dieser Überlegungen aufgefunden und darf als Beweis für die Richtigkeit dieser Ausführungen gelten. Wegen des störenden Vorlandes entgeht dieser Teil der Kurve sehr leicht der Beobachtung. Die messende Verfolgung dieses Teiles der Kurve erschien indessen wegen des hier sehr störenden Einflusses der Wasserbewegung aussichtslos.

Allgemeine Literatur.

Sammelwerke über das Gesamtgebiet der atmosphärischen Polarisation:

Busch-Jensen, Tatsachen und Theorien der atmosphärischen Polarisation nebst Anleitung zu Beobachtungen verschiedener Art, Hamburg 1911, Jahrb. d. Hamb. Wiss. Anstalten. XXVIII. 1910.

Pernter-Exner, Meteorologische Optik, Wien und Leipzig 1910, IV. Abschn., 1. u. 2. Kapitel.

Kleinere einführende Schriften:

Busch, Die Polarisation des zerstreuten Himmelslichtes, Natur u. Offenb., Bd. 36.

Jensen, Kurzer Überblick über Tatsachen und Theorien auf dem Gebiete der atmosphärischen Polarisation, Met. Zs., 1901, p. 545—558. Die Polarisation des zerstreuten Himmelslichtes, Das Weltall, Jahrg. 3, 1902.

Plaßmann, Beobachtung der neutralen Punkte der atmosphärischen Polarisation, Ann. d. Hydrographie, 1912, p. 478—486.

Dorsey, On the color and the polarization of blue sky light, Monthly Weather Review, Sept. 1900, p. 382—389. Als Anhang dieser Schrift findet sich eine umfangreiche, vorzügliche Literaturangabe.

Chr. Jensen, Die atmosphärische Polarisation in ihrer Beziehung zur Beschaffenheit der Atmosphäre, Das Wetter, Sonderheft 1915, p. 71—78.

Anhang.

Beobachtungsergebnisse der Jensenschen Umkehrzonen auf dem Wasser.

Die in den Tabellen 9—12 zusammengestellten Beobachtungsergebnisse wurden mit Hilfe eines von Dörffel & Faerber, Berlin, gelieferten Jensenschen Pendelquadranten gewonnen. Derselbe wurde dadurch zur Messung von Tiefen geeignet gemacht, daß man die Visiernadel an der Stelle des Polariskophalters und umgekehrt festschraubte.

Die in Tabelle 13 und 14 enthaltenen Tiefen der Umkehrzone sind mit dem schon in Abschnitt C, a) (S. 33) erwähnten hölzernen Pendelquadranten gemessen worden, dessen Polariskop und Nadelvisier vom Dörffel & Faerberschen Apparat stammte.

Die zuerst genannten Messungen wurden folgendermaßen ausgeführt.

Nach Wahl eines passenden Beobachtungspunktes visierte ich zunächst mit Hilfe einer Kompaßnadel nach einer bestimmten Himmelsrichtung; sodann stellte ich, in dieser Richtung bleibend und mich dann und wann darüber nach der Kompaßrose vergewissernd, auf die Unterbrechungsstelle auf dem Wasser ein, las den Winkel h am Quadranten ab und notierte gleichzeitig nach der Taschenuhr die Zeit. Die korrigierte Zeit diente zur Berechnung von δ und φ.

Für die in Tabelle 13 stehenden h konnte das Azimut unmittelbar am Apparat eingestellt werden. Mit Hilfe des Schattenwurfs der Visiernadel wurde die Sonne stets vorher auf das Azimut $\varphi = 0$ gebracht. Die Teilung der Höhenskala war bis auf viertel Grade ausgeführt, so daß auch auf viertel Grade abgelesen wurde.

In Tabelle 14 wurde das Azimut φ folgendermaßen bestimmt.

Da die Sonne untergegangen war, war die Azimuteinstellung nach dem Schattenvisier nicht mehr möglich. Es wurde deshalb der Bülker Leuchtturm am Apparat auf das Azimut $\varphi = 0$ gebracht. Die Richtung Molenkopf (Neustein) — Bülk konnte kartographisch festgestellt werden, wodurch man unter Zuhilfenahme der Zeitnotizen wieder die einzelnen φ berechnen konnte.

Wie stark die Polarisation des vom Wasser reflektierten Himmelslichtes von der Oberflächenbeschaffenheit des Wassers abhängt, möge an folgender Beobachtung vom Deich in der Nähe des Barsbeker Sees aus gezeigt werden.

An einer besonders flachen Stelle des Wattenmeeres war die Wasseroberfläche spiegelglatt. An dieser Stelle sah man im Savartschen Polariskop den weißen Mittelstreifen. Rings um die seichte Stelle herum hatte der Wind das Wasser aufgerauht. An diesen Stellen bemerkte man den schwarzen Mittelstreifen. Die Visierlinie bildete einen Winkel von ungefähr 45° mit der Richtung zur Sonne.

Anm.: Die beifolgenden Meteor. Daten sind den Aufzeichnungen des physikalischen Instituts in Kiel entnommen.

Verfasser hat auch Polarisationsmessungen an künstlichen trüben Medien vorgenommen. Diese Arbeiten wurden größtenteils im Physikalischen Staatslaboratorium in Hamburg mit gütiger Genehmigung des Direktors Herrn Prof. Dr. Voller ausgeführt, sind aber noch nicht zum Abschluß gebracht. Ich möchte nicht verfehlen, Herrn Prof. Dr. Voller an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank auszusprechen. Desgleichen bin ich Herrn Prof. Dr. Jensen am ebengenannten Institut, der mich zuerst auf das Gebiet der atmosphärischen Polarisation hinwies und mir Anregung gab, zu großem Danke verpflichtet.

Tabelle 9.

Neustein b. Kiel, 25. II. 13.

Weißlich blauer Himmel. Am Horizont grauer Dunst. Um ½4ʰ einige leichte Zirren im SE.

Met. Dat.:	um 2ʰ p. m.
Luftdruck	761.8 mm
Temperatur	+8°0 C
Rel. Feucht.	39 %
Abs. „	3.0
Richtung und Stärke des Windes	SSW 1—2 = 2.98 m/sec

δ	φ	h
+ 0°14′	35°8	1°6
„ 19′	58.5	11.6
„ 29′	81.3	16.2
„ 36′	103.9	13.2
„ 41′	126.6	1.9
(„ 50′)	(149.0)	(0)

Tabelle 10.

Neustein b. Kiel, 26. II. 13.

Weißlich blauer Himmel. Am Horizont grauer Dunst. Um ½6ʰ wenige leichte Zirren im NNW.

Met. Dat.:	um 2ʰ p. m.
Luftdruck	757.8 mm
Temperatur	+ 8.1°C
Rel. Feucht.	50 %
Abs. „	3.4
Richtung und Stärke des Windes	SSW 2.21 m/sec

δ	φ	h
+ 3°49′	18°8	0°
„ 35′	40.9	3.0
„ 31′	63.3	14.2
„ 25′	85.6	16.2
„ 22′	108.0	10.1
„ 19′	130.4	2.0
„ 16′	152.8	— 2.5*
+ 1°38′	14°9	0
+ 2°15′	38.5	3.7
„ 19′	61.1	12.2
„ 21′	83.7	15.5
„ 25′	106.3	10.2
„ 33′	129.0	2.2
„ 39′	151.7	— 0.6*
(+ 0°25′)	(12°7)	(0°)
„ 21′	35.1	3.4
„ 16′	57.4	11.4
„ 12′	79.8	15.2
„ 8′	102.2	10.2
+ 0° 3′	124.5	3.1
— 0° 2′	146.9	— 0.1*

1. Fortsetzung von Tabelle 9.

δ	φ	h
— 1°20′	33°0	3°6
„ 15′	55.7	10.4
„ 10′	78.3	17.2
„ 5′	101.0	14.2
„ 0′	123.6	8.2
— 0°40′	(147.0)	(0)
— 1°33′	32°6	3°7
„ 38′	55.0	10.7
„ 44′	77.3	17.8
„ 49′	99.7	14.0
„ 53′	122.1	8.4
(— 2° 0′)	(144)	(0)
— 2°54′	30°3	3°4
„ 46′	53.0	12.7
„ 33′	75.9	19.4
„ 28′	98.5	16.7
„ 19′	121.3	9.7
(„ 0′)	(144)	(0)
— 5°39′	25°5	2°3
„ 44′	47.8	16.0
„ 51′	70.1	(über 20)
„ 58′	92.6	(„)
— 6° 8′	114.7	13
„ 14′	137.0	6.6
— 7°17′	22°7	2°7
— 6°57′	45.8	13.4
(„ 50′)	(68.5)	(über 20)
„ „	(91)	(„)
„ 47′	113.5	13.5
„ 35′	136.4	6.2

1. Fortsetzung von Tabelle 10.

δ	φ	h
(— 1° 0′)	(10°2)	(0°)
— 0°56′	32.8	2.9
„ 52′	55.4	10.8
„ 46′	78.1	15.5
„ 42′	100.7	10.5
„ 38′	123.3	3.0
„ 33′	146.0	0.5
(— 1°40′)	(9°0)	(0°)
„ 45′	31.4	3.5
— 2° 6′	53.3	12.2
„ 11′	75.6	17.7
„ 15′	98.0	12.7
„ 19′	120.4	4.0
(„ 23′)	(142.8)	(0)
(— 3°20′)	(6°1)	(0°)
„ 15′	28.8	3.1
„ 11′	51.4	14.0
„ 5′	74.0	über (18)
„ 1′	96.7	13.6
— 2°56′	119.3	5.0
(„ 50′)	(142.0)	(0)

Unter dem Arag. Punkt (in 19°3 Höhe) beobachtete man um 4h 34m W. O. Z. den sekundären Brewsterschen neutralen Punkt in 1°2 Höhe. Er lag gerade an der oberen Grenze der Dunstschicht. Unterhalb dieses Punktes war die Polarisation positiv. Die mit * gekennzeichneten h weisen auf diese anomale Polarisation hin. Das negative Zeichen soll andeuten, daß hier negative Tiefen, d. h. positive Höhen der Umkehrstelle beobachtet wurden. Die Interferenzstreifen liefen nämlich in diesem Falle über den Horizont hinaus, so daß die Umkehrstelle auf die Dunstschicht zu liegen kam.

2. Fortsetzung von Tabelle 9.

δ	φ	h
— 7°23′	22°5	2°5
„ 31′	44.8	12.7
(„ 35′)	(67)	(über 20)
(„ 35′)	(90)	(„)
„ 39′	112	11
„ 48′	134.3	6.9

Tabelle 12.

Altstein b. Kiel, 27. III. 13.

Wolken fast nur im Westen. Später Wolken unterhalb der Sonne. Leichter Wellengang.

Met. Dat.:	**um 2 p.**	**um 9 p.**
Luftdruck	760.1 mm	758.8 mm
Temperatur	7.9° C	3°2 C
Rel. Feucht.	52 %	85 %
Abs. „	4.1	4.9
Richtung u. Stärke des Windes ...	2—3 ESE	2—3 ENE

δ	φ	h
(+ 21°38′)	(30°0)	(0)
„ 30′	52.2	0.4
„ 24′	74.8	13.2
„ 19′	96.9	15.9
„ 12′	119.2	6.5
(„ 8′)	(141.6)	(0)
(+ 19°49′)	(26°7)	(0)
„ 52′	49.2	1.8
„ 59′	72.0	13.0
+ 20° 6′	94.7	17.2
„ 12′	117.4	7.6
(„ 35′)	(140.6)	(0)
(+ 19°20′)	(25°8)	(0)
„ 12′	47.6	1.2
„ 1′	70.3	14.5
+ 18°57′	92.6	17.5
„ 50′	114.9	10.0
(„ 46′)	(137.3)	(0)

Tabelle 11.

Bülk b. Kiel, 26. III. 13.

Weißlich blauer Himmel. Zirren besonders auf der der Sonne zugewandten Himmelshälfte. Leichter Wellengang.

Met. Dat.:	**um 2 p.**	**um 9 p.**
Luftdruck	767.8 mm	765.1 mm
Temperatur	8°6 C	4.2 C
Rel. Feucht......	46 %	77 %
Abs. „	3.7	4.8
Richtung u. Stärke des Windes ...	1 E	2 E

δ	φ	h
+ 13°16′	70°0	1°2
„ 27′	92.2	7.4
„ 31′	114.6	16.0
„ 35′	137.0	2.5
(„ 44′)	159.2	(0)
+ 13° 9′	70°2	0°6
„ 3′	92.9	8.4
+ 12°59′	115.6	11.5
„ 52′	138.2	2.5
(„ 46′)	160.9	(0)

1. Fortsetzung von Tabelle 12

δ	φ	h
(+ 17°26′)	22°5	(0.)
„ 31′	45.0	1.1
„ 37′	67.7	4.4
„ 43′	90.4	7.6
„ 53′	113.2	9.1
(„ 58′)	(135.9)	(0)
(+ 16°14′)	(20°0)	(0.)
+ 15°59′	41.3	0.7
„ 54′	64.7	12.2
„ 46′	86.9	17.9
„ 41′	109.3	12.5
„ 34′	131.6	0.7
(+ 14°41′)	(17°5)	(0.)
„ 44′	40.1	0.7
„ 53′	62.9	12.4
„ 58′	85.5	17.2
+ 15 4′	108.2	15.0
„ 9′	130.9	0.7
+ 13°43′	38.3	0.3
„ 28′	60.4	10.5
„ 26′	82.9	18.8
„ 12′	105.0	16.0
„ 4′	127.2	1.5
(12°53′)	(149.4)	(0)
(+ 12°10′)	(35°7)	(0.[illegible])
„ 18′	58.3	11.2
„ 21′	81.0	18.7
„ 26′	103.6	15.2
„ 32′	126.3	0.8
(„ 38′)	(149.0)	(0)
....	....	....

1. Fortsetzung von Tabelle 11.

δ	φ	h
+ 11°59′	72°3	1°5
+ 12° 8′	94.5	8.5
„ 16′	116.8	9.8
„ 24′	139.1	2.5
(„ 29′)	(161.4)	(0)
+ 11°39′	72°9	1°5
„ 34′	95.6	7.2
„ 27′	118.2	9.3
„ 22′	140.9	1.0
(„ 19′)	(163.5)	(0)
+ 9°17′	77°0	1.5
„ 25′	99.3	7.2
„ 31′	121.6	8.6
„ 38′	143.9	1.6
(„ 46′)	(166.2)	(0)
+ 9° 8′	77°3	1°0
„ 4′	99.9	8.5
+ 8°59′	122.6	9.7
„ 54′	145.2	2.5
(„ 51′)	(167.8)	(0)

2. Fortsetzung von Tabelle 12.

δ	φ	h
....	....	....
+ 4°25′	(22°3)	(0°)
„ 21′	44.7	0.4
„ 16′	67.1	13.0
„ 11′	89.4	16.3
„ 10′	111.8	3.6
(„ 4′)	(134.2)	(0)
(+ 3°18′)	(20°4)	(0°)
„ 22′	43.0	1.5
„ 29′	65.7	14.0
„ 33′	88.3	15.3
„ 41′	111.1	4.0
(„ 48′)	(133.8)	(0)

Tabelle 13.

Deich b. Bottsand (Kiel), 13. IV. 13.

Bewölkung um 5h (W. O. Z):

Unterhalb der Sonne Stratus. Nach dem Lande zu, links von der Sonne, die größte Wolkenmasse. Rechts von der Sonne, auf der See, keine Wolken. Ebenfalls keine in der der Sonne gegenüberliegenden Himmelshälfte. Prächtig durchsichtige Luft. Um 6h (W. O. Z.) sind die Wolken gering geworden. Auf der See bildet sich rechts von der Sonne Dunst, der sich immer mehr zu einer Wolke verdichtet. Bewölkung um 6h schätzungsweise noch nicht 1.

Met. Dat.:	**um 2 p.**	**um 9 p.**
Luftdruck	761.4 mm	763.8 mm
Temperatur	4°3 C	0°5 C
Rel. Feucht.	37%	59%
Abs. „	2.3	2.8
Richtung u. Stärke des Windes	1—2 ENE	0—1 NE

δ	φ	h
13°7	50°	0°2
13.6	60	2.0
13.4	70	7.0
13.3	80	11.0
13.1	85	13.0
13.2	90	13.7
13.2	95	15.7
12.9	100	13.7
12.8	110	11.7
12.4	120	7.7
12.6	130	3.2
12.5	140	0.2

3. Fortsetzung von Tabelle 12.

δ	φ	h
+ 2°34′	41°6	0°3
„ 28′	64.0	11.0
„ 25′	86.3	16.6
„ 18′	108.9	5.6
(„ 16′)	(131.1)	(0)
+ 1° 2′	39°0	0°5
„ 8′	61.7	13.5
„ 12′	84.3	17.0
„ 16′	106.9	8.3
(„ 23′)	(129.6)	(0)
+ 0°47′	38°6	1°0
„ 44′	61.0	14.0
„ 38′	83.3	18.8
„ 33′	105.7	11.3
(„ 32′)	(128.1)	(0)
+ 0°10′	37°5	0°8
„ 7′	59.9	15.4
„ 2′	82.3	21.5
— 0° 1′	104.7	14.6
(„ 3′)	(127.1)	(0)
— 0°43′	35.9	2.2
„ 37′	58.6	19.5
„ 32′	81.3	22.7
„ 28′	103.9	13.4
„ 23′	126.5	(0)

1. Fortsetzung von Tabelle 13.

δ	φ	h
+ 10°9	50°	0°7
11.0	60	4.0
11.1	70	8.5
11.2	80	12.7
11.3	85	14.5
11.4	90	14.7
11.4	95	14.2
11.5	100	14.0
11.7	110	11.2
11.8	120	6.7
11.9	130	1.0
(12.0)	(140)	(0)
+ 10°4	50	0.5
10.2	60	2.7
10.1	70	7.5
10.0	80	12.7
9.9	85	15.0
9.8	90	14.0
9.5	95	14.7
9.6	100	13.0
9.6	110	11.2
9.5	120	7.5
9.4	130	2.0
(9.3)	(140)	(0)
+ 7°5	50°	(0)
7.7	60	4°0
7.8	70	8.7
7.8	80	12.7
7.9	85	14.0
8.0	90	14.2
8.1	95	14.0
8.2	100	14.5
8.2	110	11.2
8.3	120	7.0
8.5	130	0.7
8.6	(140)	(0)

2. Fortsetzung von Tabelle 13.

δ	φ	h
(+ 6°5)	(50°)	(0°)
6.3	60	2.7
6.2	70	7.5
6.1	80	10.7
6.1	85	14.2
6.0	90	13.5
5.9	95	14.5
5.8	100	13.0
5.8	110	9.0
5.7	120	6.2
(5.6)	(130)	(0)

Tabelle 14.

Mole in Altstein (Kiel), 13. IV. 13.

Bewölkung siehe Tabelle 13. Von der Stelle, wo die Sonne unterging bis etwas über die Nordrichtung hinaus erstreckt sich der aus dem in Tabelle 13 näherbezeichneten Dunst neugebildete, dunkle Stratus bis etwa 8° Höhe.

Meteor. Daten siehe Tabelle 13.

δ	φ	h
— 7°7	81°2	24°5
— 7.8	111.0	15.5
7.9	120.8	7.7
7.9	130.7	3.0
(8.0)	(140.6)	(0)
8.0	70.4	20.0
8.1	75.3	20.7
8.1	80.2	25.7
8.2	85.0	25.7
8.2	89.9	25.5
8.2	94.8	24.5
8.3	99.7	22.5
8.4	109.3	17.5
8.4	119.2	17.0
8.5	129.0	2.7
(8.5)	138.9	(0)
8.6	93.6	25.5

Eingegangen am 4. Oktober 1915.

Die erste hamburgische wissenschaftliche Ballonfahrt.

Von *Chr. Jensen, W. Kolhörster* und *P. Perlewitz.*

Mit zwei Figuren im Text.

I. Fahrtbericht.

Von Chr. Jensen und P. Perlewitz.

Für den 16. Mai 1914 war die erste der wissenschaftlichen Ballonfahrten angesetzt, die als Ergänzung der seit einer Reihe von Jahren vom Physikalischen Staatslaboratorium und von der Deutschen Seewarte in Hamburg ausgeführten Untersuchungen der freien Atmosphäre mit unbemannten Ballonen und Drachen unternommen werden sollen. Die Erreichung dieses schönen Zieles ist im besonderen Herrn Professor Dr. Voller, dem Direktor des Physikalischen Staatslaboratoriums und zugleich Vorsitzenden des Hamburger Vereins für Luftfahrt, zu verdanken. Dieser Verein hat in dankenswerter Weise Gelder für einen Teil der für die Fahrten wünschenswerten instrumentellen Hilfsmittel zur Verfügung bzw. noch in Aussicht gestellt.

Schon seit der auf Veranlassung von Dr. Perlewitz im Jahre 1908 erfolgten Gründung des Luftfahrtvereins sind Fahrten zu wissenschaftlichen Zwecken geplant. Wenn solche bisher nicht zur Ausführung gelangten, so lag das in erster Linie an dem Mangel an Geldmitteln. Dank dem Entgegenkommen von Hamburger Senat und Bürgerschaft sind solche aber seit dem verflossenen Jahre für die Zukunft ermöglicht worden. Für diese Fahrten hat Professor Dr. Chr. Jensen als Angehöriger des Hamburgischen Physikalischen Staatslaboratoriums die Leitung und Verwaltung übernommen, nachdem schon vorher, gelegentlich der 85. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Wien mit den Herren vom Aërophysikalischen Forschungsfonds Halle ein Übereinkommen dahin getroffen war, daß man sich gegenseitig mit Rat und Tat bei der Ausführung wissenschaftlicher Ballonfahrten unterstützen wollte. So konnte zur ersten wissenschaftlichen Fahrt geschritten werden. Diese machte vom Aërophysikalischen Forschungsfonds Halle Herr Dr. W. Kolhörster mit. Für die leihweise Überlassung des von ihm besonders für Ballonfahrten gebauten Apparates zur Messung der durchdringenden Strahlung (Type 1) sind wir dem besagten Fonds zu Dank verpflichtet.

An dem für die Fahrt zunächst festgesetzten Tage schienen Wetterlage und Windrichtung für Hamburg günstig, da bei heiterem Himmel schwache nördliche bis nordöstliche, also landeinwärts gerichtete Winde wehten, die auch die Erreichung etwas größerer Höhen gestattet haben würden. Es wurde der neue Ballon Hamburg II von 1700 cbm Inhalt gewählt, der ursprünglich als 2200 cbm großer Ballon gebaut war und in dieser Größe nur bei der Gordon-Bennett-Fahrt am 12. Oktober 1913 in Paris mit Herrn Baron von Pohl und Herrn Perlewitz aufgestiegen war. Nach dieser Fahrt war er durch Herausnahme einer Leibbinde auf 1700 cbm verkleinert worden. Schon früh morgens von 5 ½ Uhr am 16. Mai wurden auf der Drachenstation der Seewarte Pilotballone hochgelassen, die mit dem Theodoliten verfolgt die genaue Windrichtung und Geschwindigkeit bis zu 4000 m Höhe ergaben. Leider stellte sich heraus, daß der Wind während der Nacht etwas nach rechts gedreht hatte und in der Höhe aus Ost, teilweise sogar aus Ostsüdost, wehte; nur am Boden bestand noch nordöstliche Richtung. Um 7 und um 8 Uhr vormittags wurden weitere Windmessungen in der Höhe vorgenommen. Sie hatten ein noch ungünstigeres Ergebnis, indem sie zeigten, daß die Ballonfahrt in 2½ bis 3 Stunden südlich Cuxhaven an der Nordseeküste hätte beendet werden müssen. Der Aufstieg wurde daher zunächst verschoben, um weitere Wetternachrichten von der Seewarte einzuholen. Aber auch diese enttäuschten, da sie keine Änderung bis zum Abend oder nächsten Morgen erhoffen ließen. Die immerhin stabile und günstige Wetterlage sollte aber nicht ungenutzt bleiben, und da es Herrn Kolhörster gelungen war, in Bitterfeld einen Ballon für den nächsten Tag zugesichert zu bekommen, so wurde beschlossen, dort am folgenden Morgen aufzusteigen. Die Instrumente wurden nach Bitterfeld mitgenommen.

Bereits um 7 ½ Uhr morgens am 17. Mai war der 630 cbm fassende Ballon Bitterfeld II, der uns zur Verfügung stand, gefüllt, die Instrumente wurden befestigt und die Anfangsablesungen gemacht, kurz vor 9 Uhr fand der Aufstieg statt. Die physikalischen Untersuchungen der durchdringenden Strahlung wurden von Jensen und Kolhörster ausgeführt, während die Führung des Ballons sowie die meteorologischen Beobachtungen dem ständigen Mitarbeiter der Deutschen Seewarte Perlewitz oblagen.

Die Beobachtungen der Ionisationserscheinungen in geschlossenen, dickwandigen Gefäßen hatten schon frühzeitig ergeben, daß in Erdnähe eine Strahlung hohen Durchdringungsvermögens existiert, die in erster Linie von den radioaktiven Substanzen des Bodens und nur zum geringen Teil von denen der Luft herrührt. Damit stimmt die auch schon länger bekannte Tatsache überein, daß die Intensität der Strahlung mit zunehmender Höhe abnimmt. Im Ballon ausgeführte Beobachtungen von Gockel, der allerdings unter nicht einwandfreien Bedingungen arbeitete,

ließen wider alles Erwarten ein Anwachsen der Strahlung nach einer gewissen Höhe vermuten. Heß hat dann auf einer größeren Anzahl von Fahrten bedeutend sicherere Ergebnisse erzielt, aber erst die Messungen von Kolhörster, der sie bis in die größten gegenwärtig erreichbaren Höhen mit seinen speziellen Apparaten durchführte, haben das starke Anwachsen der Strahlung, hauptsächlich von etwa 4000 bis 5000 m ab, sicher erwiesen. Dem weiteren Ausbau dieser Messungen sollte die erste hamburgische wissenschaftliche Ballonfahrt besonders dienen. — In Teil II sind die Ergebnisse näher ausgeführt.

Die Temperaturmessungen (Teil III) ergaben eine Abnahme bis unter 0° C in der größten Höhe, während die Bodentemperatur um Mittag 20° C betrug. Der Wind war zeitweise sehr böig, oben Nordnordost, unten nahezu Nordost, bei großer Trockenheit.

Von Bitterfeld ging die Fahrt über Halle nach Frankenhausen, südlich des herrlich gelegenen Kyffhäuserdenkmals vorüber, wo der Ballon um 11½ Uhr 1600 m Höhe erreicht hatte. Hier erfolgte der letzte Aufstieg auf 2300 m. Der Ballon befand sich in Höhe der Kumuluswolken, die aber nur ein Viertel des Himmelsgewölbes bedeckten und an einzelnen Stellen des Horizontes zu mächtigen über 3000 m hohen Gebirgen emporquollen. Einzelne Wolkenfetzen konnte man schon in 1600 m Höhe beobachten. Eine Abkühlung des Ballongases brachte uns gegen 12½ Uhr bald von der größten Höhe herab. Die Instrumente wurden verpackt, da die Landung vorbereitet werden mußte. Die letzte halbe Stunde führte in nur wenigen hundert Metern Höhe teilweise am Schlepptau über die herrlichen Waldungen des Hainichgebirges und des tief eingeschnittenen Werratales nach Volteroda bei Creuzburg a. W., wo die Landung erfolgte. Die ganze Strecke von 162 km war in 4 Stunden 23 Minuten, anfangs mit 20 km, zuletzt mit 42 km Stundengeschwindigkeit durchflogen worden.

Während der letzten halben Stunde konnten sich die Beobachter auch dem Genusse einer Freiballonfahrt hingeben, denn während der Strahlungsmessungen, die in längeren Reihen von Minute zu Minute erfolgten, war Zeit und Aufmerksamkeit voll in Anspruch genommen. So ist die erste hamburgische wissenschaftliche Freiballonfahrt in jeder Hinsicht zufriedenstellend verlaufen. Es ist zu hoffen, daß nach siegreich beendetem Kriege dieser ersten wissenschaftlichen Fahrt bald weitere folgen werden, zum Nutzen der Wissenschaft von der Erdatmosphäre und zur Förderung der praktischen Luftfahrt.

II. Durchdringende Strahlung.

Von Chr. Jensen und W. Kolhörster.

Zur Messung der durchdringenden Strahlung wurde die von Kolhörster[1]) angegebene und von ihm an anderen Orten ausführlich beschriebene neue Form des Apparates nach Wulf verwendet, derselbe Apparat, der schon auf drei anderen Fahrten bis zu Höhen von 4000, 4300 und 6300 m zu gleichem Zweck mit Erfolg gedient hatte. Nach den Prüfungen sind seine Angaben vom Druck so gut wie unabhängig, Temperatureinflüssen gegenüber ist sein Verhalten wohldefiniert. Bei nicht zu großen und schroffen Temperaturänderungen sind die hierdurch bedingten Fehler zu vernachlässigen, hingegen bringt großer und wechselnder Gang, wie bei jeder derartigen Vorrichtung, größere Unsicherheit in die Ergebnisse und setzt die Meßfehlergrenze herauf. Um den Temperaturgang so viel wie möglich auszuschalten, war der Apparat schon bald nach den oben erwähnten Fahrten mit einem 1 cm dicken Filzüberzuge versehen worden, der die Temperatur nur langsam zu- und abführt, auch den Apparat nicht unhandlich macht. Er läßt sich leicht an- und abschnallen, gewährt größere Sicherheit beim Transport; besondere Klappen im Filz ermöglichen rasches Bedienen des Elektrometers, ohne den Überzug entfernen zu müssen. Ein Quecksilber-Thermometer, an derselben Stelle des Deckels wie bei der Eichung angebracht (attachiert), dient zum Verfolgen der Temperatur des Apparates. Längere Beobachtungsreihen, die Kolhörster im Winter 1913/14 im Physikalischen Institut zu Halle a. d. S. mit und ohne Schutzmantel ausführte, zeigten, daß nur bei extremen Temperaturverhältnissen die Verwendung des Überzuges von Nutzen war; die Temperaturkompensation ist etwas überkompensiert, der Einfluß des Temperaturganges dadurch stark vermindert. Nebenbei stellte sich auch heraus, daß die geringen Schwankungen in den Angaben beim täglichen Verlauf durchaus nicht in dem Maße auf Rechnung von Temperatureinflüssen zu setzen sind, wie man nach den bisherigen Ergebnissen anderer Beobachter[2]) annehmen sollte, und daß wiederum eine ausgeprägte tägliche Periode der durchdringenden Strahlung im Zimmer nicht festzustellen war. Diese sowie die früheren Erfahrungen machten es sehr wahrscheinlich, daß die bisher mit dem Apparat gewonnenen Ergebnisse durch Temperatureinflüsse nicht wesentlich gefälscht sein konnten. Auch sprach die gute Übereinstimmung der auf den drei oben erwähnten Fahrten erhaltenen Resultate nicht dafür, obwohl das Elektrometer damals ohne

[1]) Vgl. hierzu W. Kolhörster: Phys. Zs. 14, 1066 und 1153, 1913; Abh. der Naturf. Ges. zu Halle a. d. S., Neue Folge, Nr. 4, Halle a. d. S., 1914.

[2]) Z. B. K. Bergwitz: Phys. Zs. 14, 953, 1913; C. Dorno: Phys. Zs. 14, 956, 1913.

Filzmantel benutzt worden war. Schließlich gaben die Beobachtungen auf dieser Fahrt keine Anhaltspunkte in dem erwähnten Sinne.

Der Apparat mit Filzmantel ist längere Zeit vor und nach der Fahrt im Observatorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt täglich beobachtet worden. Die Zerstreuung erwies sich als sehr konstant, eine Änderung ihres Wertes war durch den Transport nicht eingetreten. Der direkte Verlust über die Isolation betrug 0,007 Volt in der Minute = 0,42 Volt in der Stunde oder etwas weniger als 2 % der mittleren Zerstreuung, die Empfindlichkeit des Elektrometers im Mittel 0,943 Skalenteile auf ein Volt; sie hatte sich nach den Eichungen vor- und nachher um noch nicht 1 % geändert, ist also auf die Resultate ohne jeglichen Einfluß.

Es wurden gefunden:

Mittelwert der durchdringenden Strahlung im Observatorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt um jene Zeit	15,4 $\text{Ionen.cm.}^{-3}\text{sec.}^{-1}$
Vor der Fahrt in Bitterfeld, Füllplatz Elektron (Sandboden)	13,7 „
Nach der Landung in Volteroda bei Creuzburg a. Werra	15,1 „

Es zeigt sich wieder der Einfluß von Gebäuden und des Bodens. Die Werte in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt sind gegenüber den in Bitterfeld gefundenen um 1,7, gegenüber den in Volteroda gefundenen um 0,3 $\text{Ionen.cm.}^{-3}\text{sec.}^{-1}$ höher. Die während der Fahrt beobachtete Temperatur des Apparates schwankte zwischen 19,6° und 23,7° C., also nur um 4,1°; dabei vollzog sich die Temperaturänderung nur sehr langsam. Nach den Prüfungsergebnissen ist daher irgendein Temperatureinfluß auf die Angaben des Elektrometers als ausgeschlossen zu betrachten. Die aus etwa 150 Einzelablesungen unter Berücksichtigung der verschiedenen Höhen des Ballons erhaltenen Werte sind in der folgenden Tabelle angeführt, indem von der gefundenen Ionisierungsstärke die mittlere Ionenzahl am Boden (14,4 $\text{Ionen.cm.}^{-3}\text{sec.}^{-1}$) abgezogen wurde. Die Höhen (vgl. Teil III) sind nach den Angaben eines geeichten Aneroids (mit der Staffelmethode) errechnet und unter Zuhilfenahme des Barogramms als mittlere Seehöhen über die beobachtete Zeit angegeben. Die in der Figur 1 ausgezogene Kurve ist das Ergebnis der graphischen Interpolation (Abszisse = Differenz der Ionisierungsstärke, Ordinate = mittlere Seehöhe); zum Vergleich sind die früheren Resultate Kolhörsters in der gestrichelten Kurve gezeichnet.

Es ergibt sich auch hier wieder die jedesmal beobachtete anfängliche Abnahme und das darauffolgende Anwachsen der Zerstreuung, doch werden

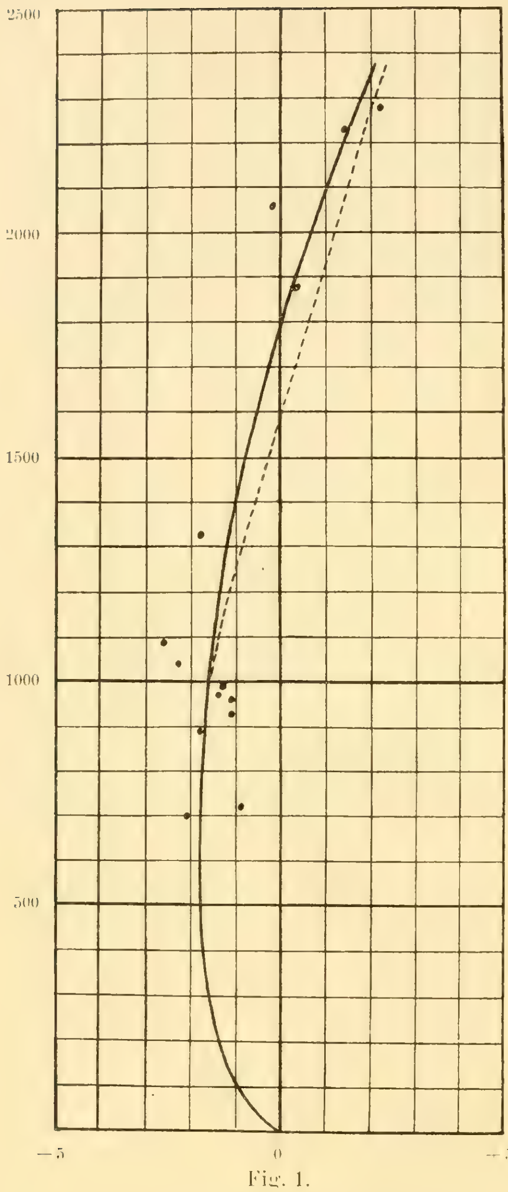


Fig. 1.
Abszissen: Differenzen der Ionenzahlen gegenüber dem Bodenwert.
Ordinaten: Seehöhen in Metern.

die gleichen Werte wie am Boden erst in etwa 1800 m Seehöhe erreicht, während der eine von uns früher hierfür 1600 m angab. Der Unterschied von 0.5 Ionen.cm.$^{-3}$sec.$^{-1}$ hat keinen Einfluß auf das Gesamtergebnis, und die Übereinstimmung ist, wie zu erwarten war, gut. Es dürfte damit der einwandfreie Nachweis erbracht sein, daß die früheren Ergebnisse der Messungen der durchdringenden Strahlung mit dieser Form des Wulfschen Apparates, wenigstens bis etwa 2500 m. nicht oder nur unwesentlich von Temperatureinflüssen gefälscht sein konnten.

Tabelle.

Seehöhe in Metern	Differenz der Ionisierungsstärke
700	—2,1
720	—0,9
890	1,8
930	1,1
960	1,1
970	—1,4
990	—1,3
1040	2,3
1090	2,6
1330	—1,8
1880	+0,3
2060	—0,2
2230	+1,4
2280	+2,2

III. Meteorologische Beobachtungen.

Von P. Perlewitz.

Am 17. Mai erstreckte sich ein breiter Rücken hohen Luftdrucks, über 770 mm, von den britischen Inseln über die Nordsee, Südschweden und die Ostsee bis nach Nordrußland. Minima lagen um Island, 755 mm, und im Mittelmeer, 760 mm. In Deutschland herrschte bei meist schwachen nordöstlichen und östlichen Winden heiteres, nur im Süden vereinzelt regnisches Wetter.

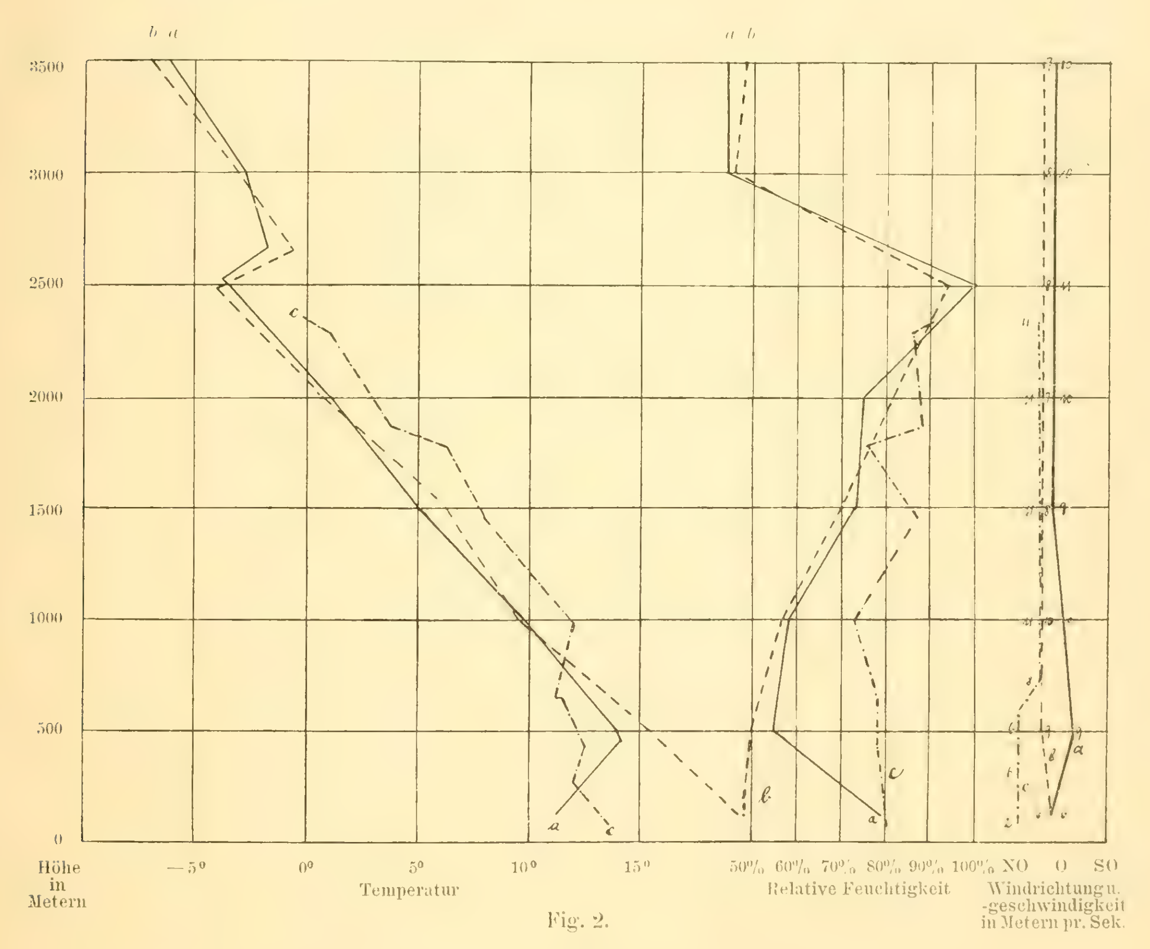


Fig. 2.

Erklärungen:

a ——— Drachenaufstieg in Lindenberg. $7^1/_4{}^h$ vorm. bis $9^3/_4{}^h$ vorm.

b ----- Drachenaufstieg in Lindenberg, $1^3/_4{}^h$ nachm. bis $4^1/_2{}^h$ nachm.

c -.-.-.-. Ballonfahrt von Bitterfeld, $8^3/_4{}^h$ vorm. bis $1^1/_4{}^h$ nachm.

Über die meteorologischen Beobachtungen während der Freiballonfahrt und über deren äußeren Verlauf gibt uns die Tabelle Auskunft. Es ist aber noch von besonderem Interesse, die hier gewonnenen meteorologischen Werte mit den fast gleichzeitig in Lindenberg-Beeskow mit Hilfe von Drachen gewonnenen, zu vergleichen. Dort wurden Drachenaufstiege zwischen 7 und 9³/₄ Uhr vormittags bis 4790 m Höhe gemacht und zwischen 1³/₄ und 4½ Uhr nachmittags bis 3650 m. Die Ergebnisse sind in der Figur 2 dargestellt. Am Morgen haben wir nach dem ersten Drachenaufstieg am Boden eine Temperaturumkehr. Aus dem Ballonaufstieg ergibt sich bis 1000 m Höhe fast Isothermie mit geringen Schwankungen. Beim Ballonabstieg und beim Nachmittagsdrachenaufstieg ist diese untere Störungsschicht verschwunden. Eine zweite Temperaturumkehr findet sich in 2500 bis 2700 m Höhe, das ist ungefähr die obere Wolkengrenze, die mit dem kleinen nur 630 cbm fassenden Ballon damals leider nicht erreicht wurde.

Aus dem Vergleich der Kurven geht hervor, daß die Temperatur in 1000 bis 2500 m Höhe an dem Tage über Thüringen um 2 bis 3° wärmer war als über der östlichen Mark.

Die Feuchtigkeit ist nach dem Drachenaufstiege in 500 bis 1500 m Höhe in Lindenberg um 15 bis 20 % geringer als nach den Messungen mit dem Aspirationspsychrometer im Ballon. In größter Höhe ist kein merklicher Unterschied vorhanden. Am Boden sinkt die Feuchtigkeit vom Morgen bis zum Nachmittag von etwa 80 auf 45 %.

Die Windrichtungen und Geschwindigkeiten zeigen keine größeren Verschiedenheiten oder zeitlichen Änderungen. Am Erdboden ist der Wind in Halle am Morgen schwächer als in Lindenberg.

Die Windrichtung ist in der Höhe am Vormittag Ost zu Nord, um Mittag und Nachmittag Nordost; der Wind hat also etwas nach links gedreht. Ein Vergleich mit der Wetterkarte vom folgenden Tage zeigt, daß derselbe in Mitteldeutschland noch weiter bis nach Nord gedreht hat. Zu bemerken ist noch, daß während des zweiten Teils der Fahrt dauernd starke auf- und absteigende Luftströmungen festgestellt wurden. Der Ballon fand keine Gleichgewichtslage. Es war für den Führer interessant, später von den Fliegern des „Prinz-Heinrich-Fluges", der während dieser Tage stattfand, diese Beobachtung besonders hervorgehoben und dadurch bestätigt zu hören.

Erste
hamburgische wissenschaftliche Ballonfahrt

am 17. Mai 1914.

Erste hamburgische wissenschaftliche Ballonfahrt am 17. Mai 1914.

Führer: P. Perlewitz. Beobachter: Chr. Jensen. W. Kolhörster (P. Perlewitz).

Dauer der Fahrt: 4 Std. 20 Min. Länge der Fahrt: 163 km (Luftlinie: 161 km). Landung: Bei Volteroda ($^1/_2$ km nördlich) bei Creuzberg a. d. Werra.

Zeit	Luft-druck	See-höhe	Temperatur trock. Therm.	Temperatur feucht. Therm.	Dampf-druck	Rel. Feuch-tigkeit	Ballast-vor-räte	Fahrt Richtung	Fahrt Geschwindigkeit	Witterung	Ort	Bemerkungen
h. min.	mm	m	°C	°C	mm	%	Sack		km-Std.			
8 41a	762	78	13,6	11,8	9,4	81	—	—	—	$^9/_{10}$ str.-cu.; obere Wolken aus Ost, untere aus Nordost ziehend; etwas dunstig; sehr schwacher Wind	Bitterfeld, Füllplatz von Werk Elektron II	—
55	762	78	—	—	—	—	15	SW	8	—	—	Aufstieg mit Ballon Bitterfeld II (630 cbm) mit Wasserstoff-Füllung. Petersberg nördlich von Halle sichtbar
9 0	745	274	12,0	10,2	8,4	80	—	SW	21	—	Sandersdorf	—
5	745	275	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	738	347	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22	734	400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
26	743	290	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
37	730	441	—	—	—	—	—	—	—	⊙⁰. Obere Grenze der Dunstschicht unscharf; wechselnd zwischen 250 u. 440 m	Südlich: Ruine Landsberg	—
44	731	430	12,5	10,5	8,5	78	—	—	—	—	—	Erste Strahlungsmessung; zeitweise Ablesungen an mehreren Aneroiden
45	730	441	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50	731	430	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
52	712	653	11,5	9,5	7,9	78	—	SW	22	$^3/_{10}$ str.-cu. ⊙¹	Eisenbahn gekreuzt südlich Nienburg	—
55	712	653	11,2	9,2	7,7	77	13	—	—	—	—	—
10 3	706	730	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	702	775	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	713	645	—	—	—	—	—	WSW	30	—	Über dem nördl. Halle die Saale gekreuzt	Luftpost ausgesandt
24	711	670	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
26	700	796	—	—	—	—	—	—	—	Der Wind dreht von unten bis 800 m Höhe um 10° nach rechts	—	—
27	697	830	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
33	688	942	—	—	—	—	—	—	—	—	Eisenbahn bei Eisdorf gekreuzt	—

10 35	688	942	—	—	—			—	—	1/10 str. im Süden. ⊙[1·2]	—	—
43	686	965	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
52	683	1010	—	—	—	—	11	WSW	40		Über Schwaplau	—
57	687	955		—	—	—	—			—		—
11 5	684	990	12,0	9,5	7,6	73	—	—	—	1/10 ci.-str.	—	
9	663	1240	—	—	—	—	—				—	
11	672	1135	—	—				—		—		
20	653	1370	—	—	—	—	10	WSW	40	Einzelne cu. brechen empor	Über Artern und Unstrut gekreuzt	
25	647	1460	8,0	7,0	7,0	87	—	—	—		—	
30	638	1560	—								Südlich des Kyffhäuser-Denkmals	
35	629	1688	—	—	—	—	—	WSW	42		Südlich von Frankenhausen	
40	621	1785	6,3	4,5	5,4	76	—	—	—	—	—	—
42	618	1828	—							—		
44	614	1880		—					—	—	—	
50	615	1870	3,8	3,0	5,3	88	—	—	—	Stärkere Cumulusbildung		
57	583	2290	1,0	0,2	4,3	86	—	—	—	—		
12 0	580	2340	−0,1	−0,6	4,1	91	5	—	—	2/10 cu.- und ci.-str. über dem Ballon; 2/10 Cumulusfetzen in etwa 1500 bis 1700 m Höhe		—
1	589	2200				—		—	—	—		
9	581	2320		—				—		—		
14	588	2215	—		—				—			Ballon fällt
20	631	1660			—				—	—	—	—
26	701	780	—				—	—	—	—	—	—
34	694	870	—				—			—	—	
38	672	1140	—	—	—	—	↓	WSW	43	—	Unstrut gekreuzt südöstlich von Mühlhausen bei Bollstedt	Ventil
46	678	1050	—		—					—	—	Instrumente verpackt
56	724	520			—		—	—	—	—	—	Zeitweise am Schlepptau
1 2	721	515				—			—	4/10 Cu.- und ci.-str.	—	—
8	701	780	—							Am Boden böig	Werra gekreuzt	—
15	739	3	20,0	13,0	7,7	44	—	SW	40			Landung glatt

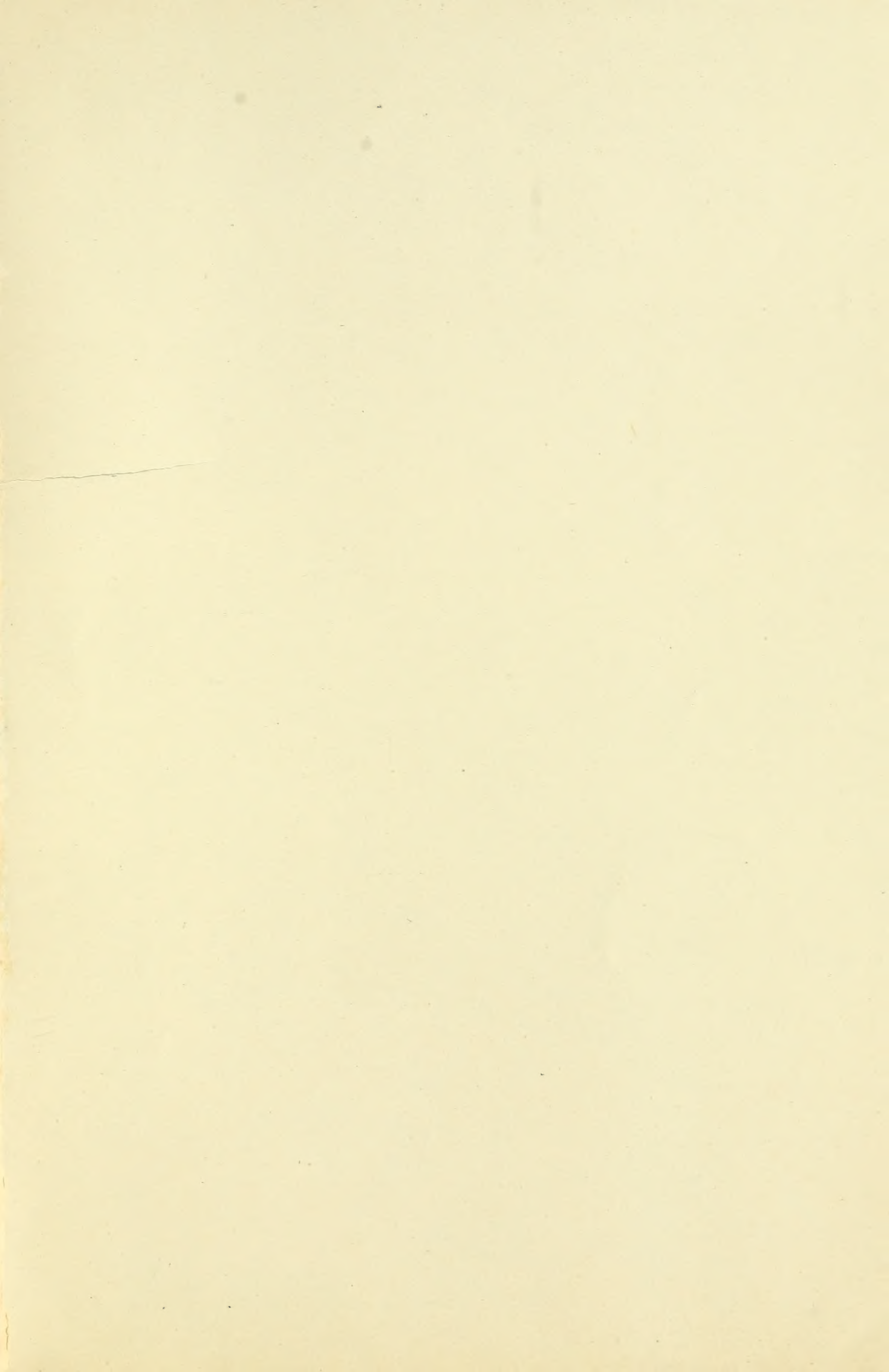
Inhalt.

Eingegangen am 24. Februar 1915.

Gedruckt bei Lütcke & Wulff, E. H. Senats Buchdruckern.









Gedruckt bei Lütcke & Wulff, E. H. Senats Buchdruckern.